

1983年 1月 27日

K-3型 VLBI データ処理ソフトウェアで得られる
遅延時間 および遅延時間変化率について

鹿島支所 宇宙通信研究室

近藤哲朗, 国森裕生

1. はじめに

K-3型VLBIシステム データ処理・解析ソフトウェア群は、昭和58年3月完成を目指して開発が進められている。ここでは、そのデータ処理解析ソフトウェア群中、VLBI観測において得られる観測量としての、2局間の遅延時間 および遅延時間変化率を求めるソフトウェア (KOMB) について、ここで用いるアルゴリズム、処理手順 および得られる値の意味について述べる。

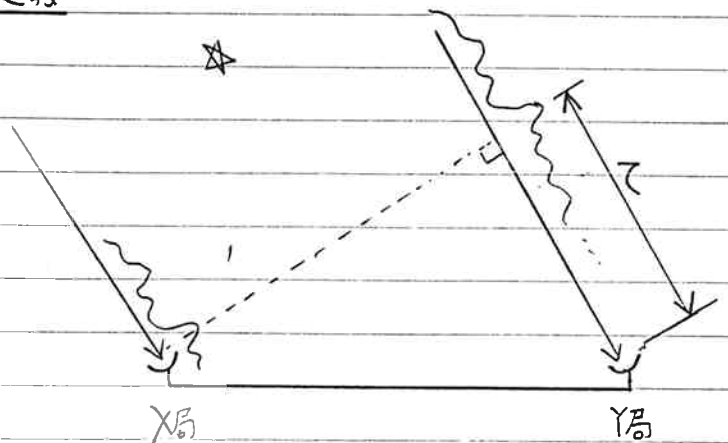
2. 遅延時間と遅延時間変化率の定義

VLBI観測において得られる遅延時間とは、X局に到達した波面が、Y局にどきだけ遅れて到達するかを表わすものであり、X局に対するY局の遅れを正にとる(※1回)。遅延時間変化率とは、遅延時間の時間微分であり

$$\dot{\tau} = \frac{d\tau}{dt} \quad (1)$$

と表わされる。ここで、 τ は遅延時間変化率、 τ は遅延時間、 t は UTC (世界協定時) で表わされた時間である。

実際の VLBI 観測においては、X局、Y局 それぞれ独立に、それぞれの局の



※1回. 遅延時間の定義

X局に対するY局の遅れを正にとる。

時計の時刻ラベルと共に受信信号がデータレコーダに記録される。したがって、データレコーダを再生することによって得られるこの遅延時間(τ)とは、ある波面がX局に到達した時のX局のテープ上に書かれている時刻を T_x 、その同じ波面がY局に到達した時のY局のテープ上の時刻を T_y とすると、

$$\tau = T_y - T_x \quad (2)$$

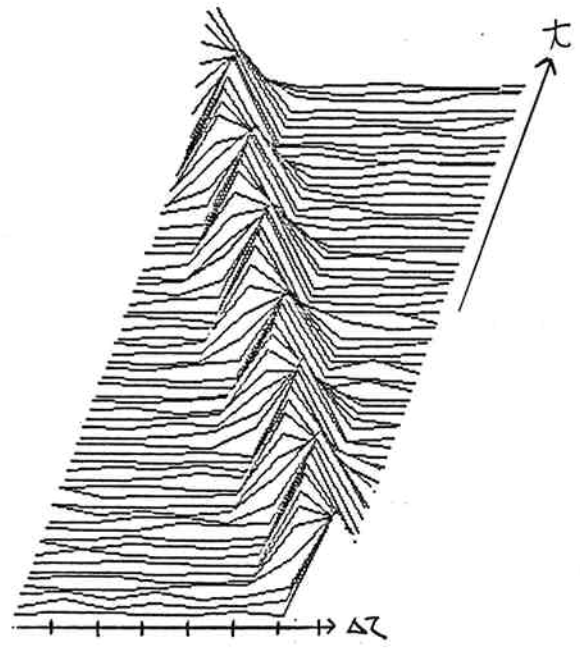
と表わされる。ここで遅延時間 τ の変化が全くない場合には、観測される遅延時間の原点となる時刻はどこをとってもよいが、遅延時間に変化がある場合には、いつかの遅延時間という定義が必要となる。そこで、実際のVLBI観測においては、数10秒から数100秒の積分を行なうが、その観測時間のほぼ中央に参照となる時刻、PRT (Processing Reference Time) を設定し、PRTにおいてX局を通過した波面がY局を通過するまでにかかる時間を、その観測での遅延時間とする。また、得られる遅延時間変化率も、PRTにおける値であり、微分を行なう際の時間としては、X局の時計の進みを用いる。

3. 相互相関と遅延時間および遅延時間変化率

2信号間の遅延時間を求めるには、相互相関をとるのが一般的であり、相互相関係数が最も大きくなるところが2信号間の遅延時間を表わす。VLBI観測においても、相互相関により、遅延時間を求めるのであるが、一般に遅延時間は刻々と変化(最も大きな原因は地球自転による)する為、単純に積分していったのでは、相関のピークは失われるか、ぼけてしまう。さらに、データレコーダに記録される信号は、周波数変換により、ビデオ帯周波数に落とされた信号であるため、遅延時間の変化は、フリッジ位相回転という現象を起こし、やはり、積分により、相関のピークは消失してしまう。その為に、遅延時間を変化させながら、かつ、フリッジ位相回転も補正しつつ積分をする必要があり、K-3型VLBIシステム 相互相関器では、この両方の補正を行なう機能が備わっている。(相関器 および 相関器にあたる各種パラメータ、予測値については、才282回談話会資料(浜,他) および 才284回談話会資料(国森,他) に詳細に述べられているので、参照されたい。)

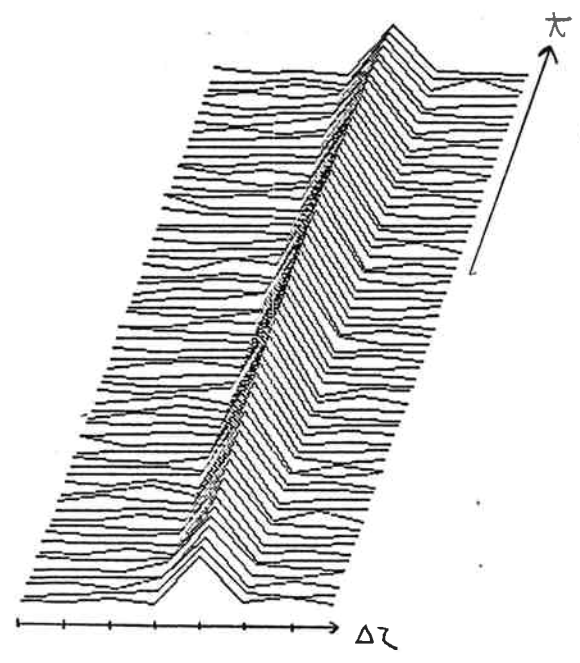
相関器からは、8bitレダの相互相関関数を得られるが、以上述べた遅延時間の変化 および フリッジ位相回転 と その補正の効果を、才2回から

第6図に示す。



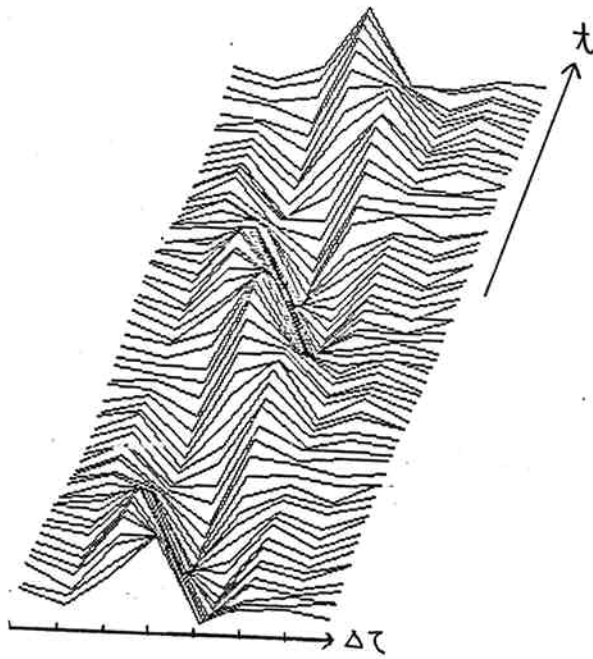
第2図、遅延の変化による相関関数の変化。

ピークの位置がずれていくだけであるが、これは、ビジュ帯での遅延変化だけの効果を見たものである。実際には、RF周波数帯での遅延時間変化は第4図に見るものによる。相関関数の変化をもたらす。



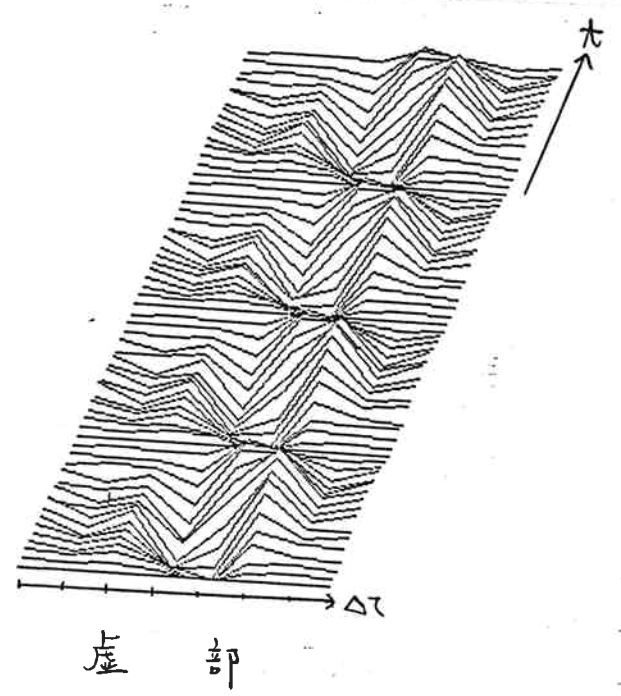
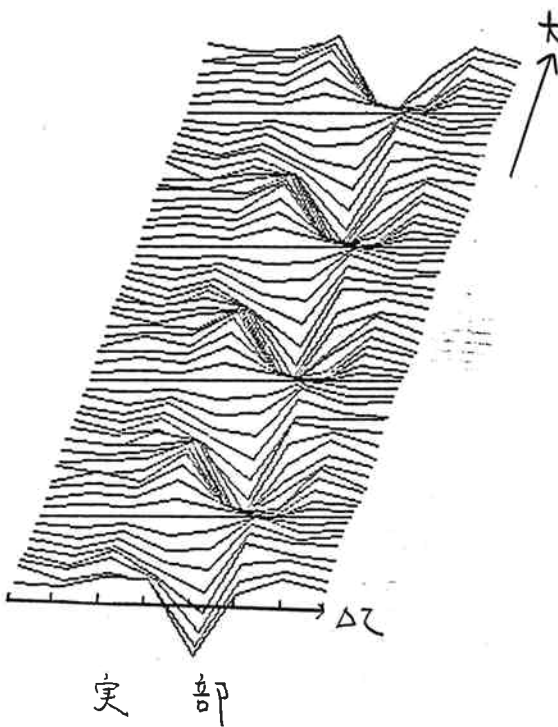
第3図、ビジュ帯での遅延変化を補正したものの相関関数。

ビジュ帯のみでの遅延変化は、その変化が予想される場合は、ビジュングを変えただけで補正できる。



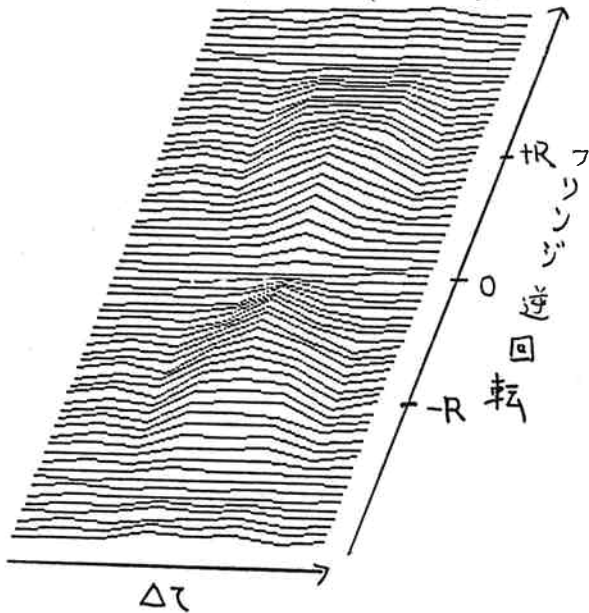
オ4回. フリンジ位相回転がある場合の相関関数.

図では、データ区間で2回転のフリンジ位相回転があった場合を示す。ビジュ帯域における遅延時間変化の補正はなされているが、フリンジ回転により、相関関数のものが変化し、このまま積分を行なうと、相関のピークが消失してしまう。



オ5回. フリンジ位相回転を補正した後の相関関数

オ4回に示されるデータにフリンジ位相逆回転という操作をほどこした後の相関関数。位相の回転が平均化されていることがわかる。



第6回、相互相関関数における
フリッジ逆回転の効果

フリッジ位相回転を起している相互相関関数に対して、フリッジ逆回転による補正の効果を見たものであり、相互相関値は絶対値で示されている。
+R および -R のフリッジ逆回転の値について、最もピークの値が大きくなっていることがわかる。ここで、R は、補正を打前のフリッジ位相回転を表わす。絶対値で示すと、+R か -R か分離できないが、第5回に示すような実部虚部に分離することにより、回転の方向がわかる。

以上 第2回から第6回に示した種々の補正が行なわれた後のデータが、相関器より、適当な積分時間（相関器自体のハード的な積分時間限界および与える予測パラメータの精度による）ごとに得られる。このようにして得られたデータより、相関器に与えられた予測パラメータの遅延時間および遅延時間変化率の残差を最小法により求める。

4. 相関器出力データより遅延時間および遅延時間変化率を推定する

相関器出力データから遅延時間および遅延時間変化率を求めるアルゴリズム⁴は、すでに第274回談話会資料（近藤、他）で説明してあるが、更に詳しく述べる。

相関器からは8ビットラグの複素相互相関関数が得られるが、推定処理に入るに先立ち、規格化を行なっておく（第274回談話会資料参照）。規格化された後の複素相互相関関数を $R(d, k, n)$ とおく。ここで d は1~8であり、相関器でのビットラグを示すインデックス、 k は積分間隔を示すインデックスであり、 n は周波数 ch

を示すインデックスである。

遅延時間および遅延時間変化率の推定は2段階に分けて行なう。まず、粗決定サーチと呼ぶサーチにより、遅延時間を10 nsecの精度で求め、更に、バンド幅合成を用いた精決定サーチを行なうことにより、100倍以上の精度の推定を行なう。

4.1. 粗決定サーチ アルゴリズム

粗決定サーチに先立ち $R(d, k, n)$ を d (ビット/秒) に関してフーリエ変換を行ない、ビデオクロススペクトルを求める。このフーリエ変換は16点高速フーリエ変換(FFT)で行なう。したがって得られるクロススペクトルはビデオ帯の周波数帯域を8等分した各点についてのスペクトラムが得られることになるが、そのクロススペクトルを $S_V(j, k, n)$ と表わす。ここで j はビデオ帯域内での周波数を示すインデックスであり、

$$\omega_j^V = \frac{j}{8} \omega_B \quad (j=0, 1, \dots, 8) \quad (3)$$

ここで ω_j^V はビデオ帯の j に相当する角周波数、 ω_B はビデオ帯角周波数帯域である。 j は1~7とし、ビデオ帯域端でのスペクトラムは除く(位相特性劣化等の影響をさける為)。

相関器に与えられる予測値と真の遅延時間および遅延時間変化率との間の残差は、遅延時間の残差は周波数軸方向にクロススペクトルの位相を回転させる交差となり、遅延時間変化率の残差は時間軸方向に位相を回転させる効果となる。ここで粗決定サーチ関数を次式で定義する。

$$F(n, \Delta\tau, \Delta\dot{\tau}) = \sum_{k=1}^K \left\{ \sum_{j=1}^7 S_V(j, k, n) \exp(-i\omega_j^V \Delta\tau) \right\} \cdot \exp(-i\omega_0^n \Delta\dot{\tau} \Delta t k) \quad (4)$$

ここで ω_0^n は n ch の RF 角周波数を示し、 $\Delta\tau$ 、 $\Delta\dot{\tau}$ はサーチする残差遅延時間および残差遅延時間変化率、 Δt は k の間隔を示す時間である。すなわち(4)式は、得られたビデオクロススペクトルに周波数方向には $\Delta\tau$ による位相回転の補正、時間軸方向には $\Delta\dot{\tau}$ による位相の回転の補正を行なって積分することを示している。粗決定サーチは、 $F(n, \Delta\tau, \Delta\dot{\tau})$ の絶対値の周波数 ch n に対する積分値を最大にする $\Delta\tau$ 、 $\Delta\dot{\tau}$ を求めることにより行なわれる。すなわち、

$$F_{All}(\Delta\tau, \Delta\dot{\tau}) = \sum_{n=1}^N |F(n, \Delta\tau, \Delta\dot{\tau})| \quad (5)$$

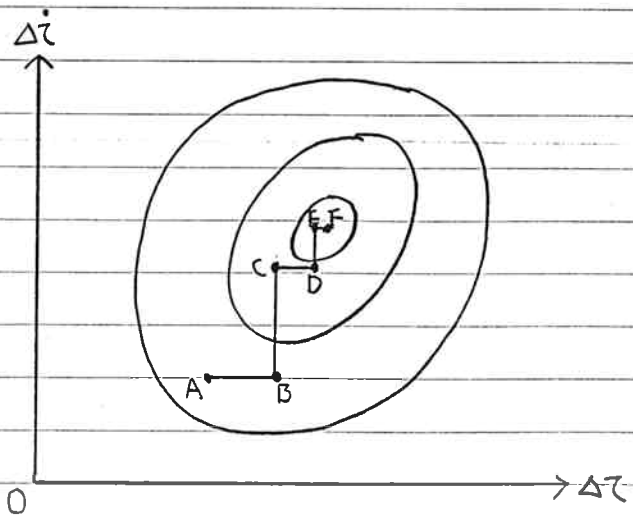
で示される $F_{ALL}(\Delta\tau, \Delta t)$ を最大化する $\Delta\tau, \Delta t$ をサーチするのが、粗決定サーチである。

$F(n, \Delta\tau, \Delta t)$ は $\Delta\tau, \Delta t$ に関し 2次元フーリエ変換の形態をなしている。したがって 高速フーリエ変換を用いることにより 計算時間の短縮をはかることができる。具体的には、 ω_y 方向に 32点 FFT, ω_x 方向には、最大値 K を超える 2のべき乗値を用いて FFT を行う。ここで注意しなくてはならないことは、 ω_x 方向へのフーリエ変換により得られるのは フリンジ位相の変化率 ($\omega_0^n \Delta t$) であり、 n に対して積分するときは、 ω_0^n を考慮に入れて、 Δt に対して再配置したのち積分する必要がある。

こうして得られる $\Delta\tau, \Delta t$ は 離散的な値であり、この値を出発点として (4) 式を 直接に計算し、さらによりよい $\Delta\tau, \Delta t$ の推定値に到達する。このサーチには、直線最大化法 (参考資料 (2) 参照) と放物線近似を用いる。直線最大化法を簡単に説明する。今、 $\Delta\tau$ 方向の

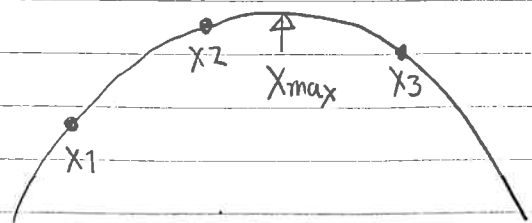
A点をサーチの出発点とする。まず $\Delta\tau$ 方向 (Δt 方向でも可) のサーチを行ない、その方向で最大値となる B点に至る。引き続き、 Δt 方向にサーチを行ない、C点に至る。このように、 $\Delta\tau, \Delta t$ 方向交互にサーチを行なう。最終的に 頂上 F点に至る。サーチ方法を直線最大化法と呼ぶ。 $\Delta\tau$ および Δt 方向でのそれぞれの方角での最大値を求めるのに、3点の値より、2 似円教近似 (放物線近似) により求める (お8回)。

お9回に、粗決定サーチ関数の概念的な図をのせておく。

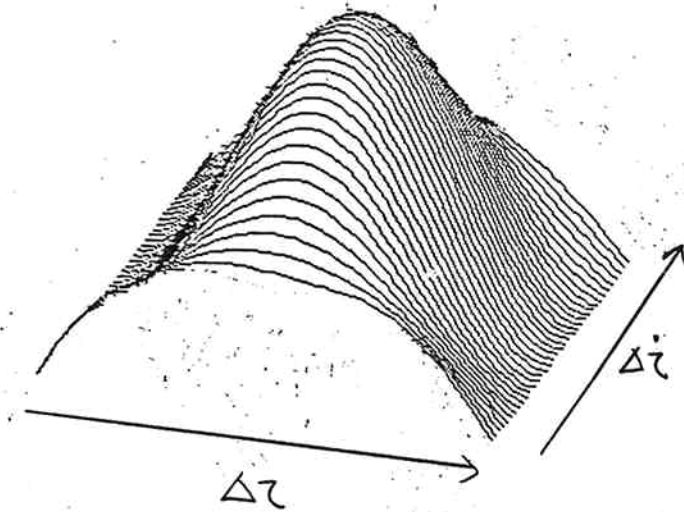


お7回. 直線最大化法概念図.

A点を出発点として、山を登っていくように F点に到達する。



お8回. 放物線近似: 3点を通る放物線より、 X_{max} を求める。



才9回 粗決定サーチ関数の概念的な図。

(注. ピークとなる位置が1つしか存在しないことを示した図であり、真の粗決定サーチ関数ではない)

4.2. 精決定サーチアルゴリズム

粗決定サーチで得た遅延残差($\Delta\tau_s$)および遅延時間変化率残差($\Delta\dot{\tau}_s$)をもとにして、バンド幅合成により、精密に残差の推定を行なう。バンド幅合成とは、遅延時間の残差による位相回転の補正をビデオ周波数帯域内にとどめず、周波数 ck 方向にも補正をおこなうことである。

まず精決定に先立ち $\Delta\tau_s$, $\Delta\dot{\tau}_s$ を用いて、次式で定義される単周波遅延・遅延率分解関数を定義する。

$$D_s(n, k) = \sum_{j=1}^n S_v(j, k, n) \exp\{-i(\omega_j^y \Delta\tau_s + \omega_0^n \Delta\dot{\tau}_s \Delta t \cdot k)\} \quad (6)$$

ここで、 n, j, k はそれぞれ周波数 ck インデックス、ビデオ帯内周波数インデックスおよび積分間隔を示すインデックスであり、 Δt は k の間隔を表わす時間である。

(6)式で得られる $D_s(n, k)$ を用いて、精決定サーチ関数を次式で定義する。

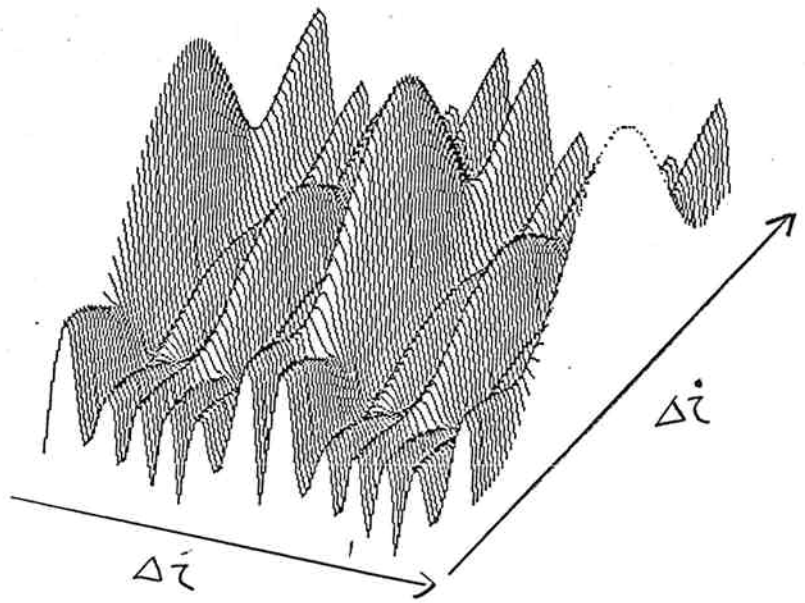
$$\Theta(\Delta\tau, \Delta\dot{\tau}) = \sum_{n=1}^N \left\{ \sum_{k=1}^K D_s(n, k) \cdot \exp(-i\omega_0^n \Delta\dot{\tau} \Delta t \cdot k) \right\} \cdot \exp(-i(\omega_0^n \Delta\tau + \Delta\phi_n)) \quad \dots (7)$$

ここで $\Delta\phi_n$ は X 局、 Y 局の位相校正信号の位相差を表わす。(位相校正信号は、

それぞれの局のアナログ給電部から注入され、その位相は、相肉器により検出され、 k に対応し、データが得られる。ここで用いる $\Delta\phi_n$ は $k=1$ から k まで平均した位相校正信号位相の n chにおける X, Y の差である。 (7)式は $\Delta t, \Delta z$ に関して、粗決定サーチ関数同様、2次元フーリエ変換の形態をなしている。したがって、高速フーリエ変換を用いることにより、計算時間の短縮をはかることができる。 Δz に関しては、粗決定サーチ関数の場合と同様に、フリントから遅延時間変化率に焼き直す操作が必要になる。いずれにせよ、 Δz 方向の積分は、FFTを用いることができるが、 Δt (周波数 ch 方向)に関する積分は、必ずしもFFTを用いることができる訳ではなくて、周波数 ch 配置がその最小周波数間隔の整数倍として表わされる必要がある。周波数 ch 配置がFFTのサイズ内で整数配置とならない場合は、定義式に戻って、計算しなくてはならない。才10回に、精決定サーチ関数を絶対値で示した、概念的な図を示す。粗決定サーチ関数の場合は、単一峰であるが、精決定サーチ関数は、バンド幅合成の為、 Δz 方向に複数のピークが出る。

このピークの
間隔は、最小周波数 ch
間隔の逆数で与え
られ、精決定した
結果のあいまいさ
(ambiguity)を示す。
このあいまいさを
さげるために、粗決
定サーチが必要と
なるのである。

精決定サーチ
関数上り、残差
遅延 および 残差
遅延時間変化率
を推定する手法は
粗決定サーチの
場合と同様である
ので省略する。



才10回、精決定サーチ関数(絶対値)の概念図

(注、 Δz 方向のピークが複数個でる様子を示した
概念図であり、真の精決定サーチ関数ではない。)

4.3. 遅延時間変化率とPCALレート

PCALレートとは、局内遅延校正の為受信信号に注入されている位相校正信号位相の変化率である。この校正信号位相の変化は、相肉器出力データ中の校正信号検出データより求めることができる。したがって、PCALレートを用いて、推定された $\Delta\tau$ より、観測量としての $\Delta\tau_{obs}$ は次式で表わされる。

$$\Delta\tau_{obs} = \Delta\tau + (X局のPCALレート) - (Y局のPCALレート) \quad (8)$$

4.4. 推定した遅延時間および遅延時間変化率の誤差

推定された値の誤差解析は Whitney, A.R. (1974) により詳しく解析されているので、ここでは、その結果だけを載せておく。

[狭帯域遅延 (粗決定で得られた遅延) の誤差]

$$\sigma_{\Delta\tau_s} = \frac{\sqrt{12}}{\omega_B \cdot SNR} \quad (9)$$

ここで ω_B : ビデオ帯角周波数帯域

$$SNR = \frac{2}{\pi} \cdot \rho_0 \cdot \sqrt{A}$$

ρ_0 : 補正済相関係数 (サーチで得られた最大値)

A : 処理に用いた全ビット数

[群遅延 (精決定で得られた遅延) の誤差]

$$\sigma_{\Delta\tau} = \frac{1}{\Delta\omega_{rms} \cdot SNR} \quad (10)$$

$$\text{ここで } \Delta\omega_{rms} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N (\omega_0^n - \bar{\omega})^2}$$

$$\bar{\omega} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \omega_0^n$$

ω_0^n : n ch の RF 角周波数

[遅延時間変化率の誤差]

$$\sigma_i = \sqrt{\frac{12}{\omega^2}} \cdot \frac{1}{T \cdot \text{SNR}} \quad (11)$$

$$\text{ここで } \overline{\omega^2} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \omega_n^2$$

T: 積分時間 (1clkあたりの平均積分時間)

5. おわりに

VLBIの観測量としての2局間の信号遅延時間および遅延時間変化率を相関器出力データより推定する方法について述べたが、この方法は、最尤推定としてよく知られている方法であり、米国VLBIシステムにおいてもすでに用いられているが、その処理時間は非常に長くかかっているようである。今回のK-3型VLBIシステムデータ処理ソフトウェアでは、処理手順およびアルゴリズムの変更等が容易に行なえるよう、処理プログラムをモジュール化している。したがって、ソフトウェア完成後、処理時間短縮に向けてのアルゴリズム改良等の対応が容易である。

最後に、開発に協力を頂いているVLBI研究開発本部およびVLBIセンター各位に感謝致します。

参考文献

- (1) 超高精度電波干渉計システム(K-3)研究開発概念書, 昭和55年, 郵政省電波研究所.
- (2) 塩見, 西垣, 有本, 永井, 小園, 磯貝, 「 Δ -VLBI法によるCSの軌道測定実験」, 第278回研談資, 1982年8月.
- (3) 浜, 杉本, 国森, 川口, 近藤, 「K-3 相関器試作器による相関処理テスト」, 第282回研究談話会資料, 1982年11月.
- (4) 国森, 近藤, 高橋, 小池, 「K-3型VLBI相関器制御用予測パラメータの要求精度とその求め方」, 第284回研究談話会資料, 1982年12月.
- (5) 近藤, 国森, 「VLBIデータ処理解析ソフトウェアの開発 その3」, 第274回研談資, 1982年6月.
- (6) Whitney, A.R., Precision geodesy and astrometry via very-long-baseline interferometry, Ph.D. Thesis, M.I.T., 1974.