

VLBI座標系1988と1990の相違について

近藤哲朗

1. はじめに

GSFC1988解析 (NASA TM100723) とGSFC1990解析 (NASA TM100765) 間のVLBI座標系の定義が異なっているがその両者の関係が明確には記述されていない。そこで測地Gで開発した汎用最小二乗ソフトの試運転をかねて両者の座標系の関係について、原点の平行移動、座標軸 (3軸) に関しての微小回転およびスケージングの計7ケのパラメータを求めてみた。

2. VLBI88およびVLBI90座標系の定義

GSFC1988解析時の地球基準座標系をVLBI88、GSFC1990解析時の地球基準座標系をVLBI90と呼ぶと、NASA TMの記述によれば両者の定義は以下のようになっている。

[VLBI88]

基準点 1980年10月17日におけるWESTFORDの位置

基準方位 WESTFORDからGILCREEKを見た方位

プレート運動 AMO-2 (Minster & Jordan, 1978)

その他

MERITスタンダード (Melbourne et al., 1983) の使用。

歳差、章動モデル: J2000.0およびIAU1980モデル

[VLBI90]

基準座標系 : ITRF89 (国際地球基準座標系)

基準点: 1988年1月1日におけるWESTFORDの位置

VLBI88からVLBI90への変換に関する記述

1988年1月1日におけるVLBI88での局位置とその局位置でのITRF89座標系での値から座標系の移動、回転およびスケージングファクターのアプリオリ値を決定し、以後のVLBI解析に使用との記述が見られ具体的な値は示されていない。

その他

IERSスタンダード (McCarthy, 1989) の使用。

歳差、章動モデル: J2000.0およびIAU1980モデル

3. 座標変換パラメータの決定

GSFC1988解析での1988年1月1日の局位置とGSFC1990解析での1988年1月1日の局位置を用いて以下のモデルのパラメータを最小二乗フィッティングでもとめた。

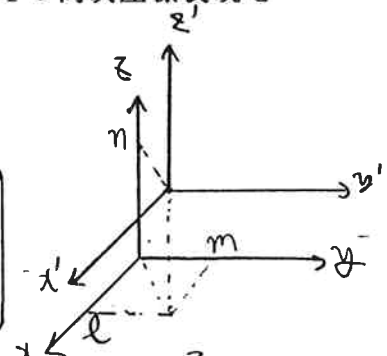
3. 1. モデル

VLBI 88からVLBI 90の変換を①原点の平行移動+②X, Y, Z軸回りの微小回転+③スケールリングで表現する。

原点の平行移動まで含めて考えるために変換行列を4×4の同次座標表現を用いて表すと以下のように表せる。

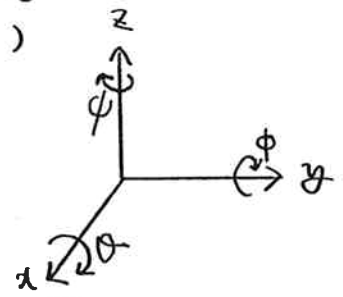
①原点の平行移動 (VLBI 88 → VLBI 88')

$$\begin{pmatrix} x_{88}' \\ y_{88}' \\ z_{88}' \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -l \\ 0 & 1 & 0 & -m \\ 0 & 0 & 1 & -n \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{88} \\ y_{88} \\ z_{88} \\ 1 \end{pmatrix}$$



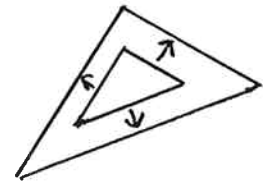
②座標軸回りの微小回転 (VLBI 88' → VLBI 90')

$$\begin{pmatrix} x_{90}' \\ y_{90}' \\ z_{90}' \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -\phi & \phi & 0 \\ \phi & 1 & -\theta & 0 \\ -\phi & \theta & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{88}' \\ y_{88}' \\ z_{88}' \\ 1 \end{pmatrix}$$



③(1+α)倍のスケールリング (VLBI 90' → VLBI 90)

$$\begin{pmatrix} x_{90} \\ y_{90} \\ z_{90} \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1+\alpha & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1+\alpha & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1+\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{90}' \\ y_{90}' \\ z_{90}' \\ 1 \end{pmatrix}$$



従って最終的な変換行列は①②③の積で表すことが出来るが、書き下しても以下のような簡単な式となる。

$$\begin{aligned} x_{90} &= (1+\alpha) \{ (x_{88}-l) - \phi (y_{88}-m) + \phi (z_{88}-n) \} \\ y_{90} &= (1+\alpha) \{ \phi (x_{88}-l) + (y_{88}-m) - \theta (z_{88}-n) \} \\ z_{90} &= (1+\alpha) \{ -\phi (x_{88}-l) + \theta (y_{88}-m) + (z_{88}-n) \} \end{aligned}$$

これが観測方程式となる。推定パラメータは $l, m, n, \theta, \phi, \phi, \alpha$ の7つ。

観測量はVLBI 90の局位置とし、予測値計算にはVLBI 88の局位置もちいる。観測量の誤差はVLBI 90の誤差 (σ_{90})、VLBI 88の誤差 (σ_{88}) の二乗和の平方根であたえた。WESTFORD局位置は両座標系での基準点であり、観測誤差が0であるため、今回のデータからは除外した。

観測方程式はパラメータに関して非線形であるためイタレーションによって推定値を改良したが3回のイタレーションで十分な精度で集束した。

3. 2. 結果

49局(147データ)を用いた結果、以下のようにパラメータが推定された。

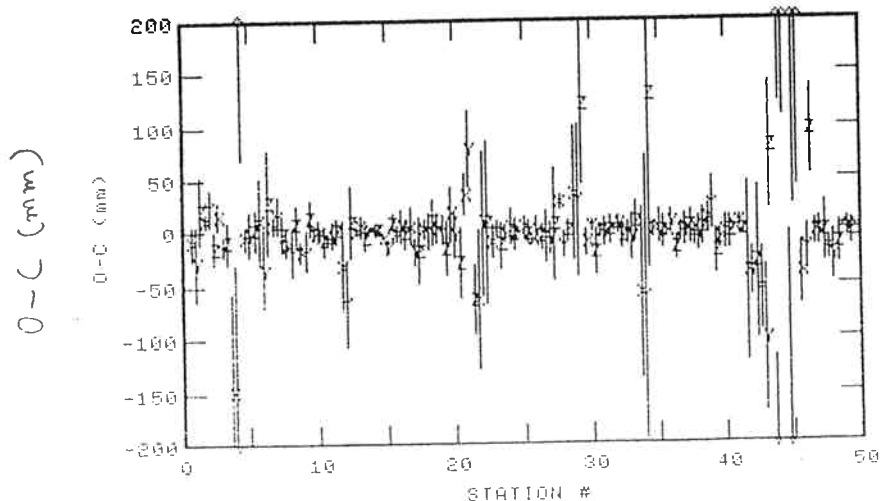
パラメータ	得られた値
l (原点の x 軸方向への平行移動量)	1539.56 ± 5.81 mm
m (" y " ")	-1036.26 ± 6.61 mm
n (" z " ")	426.29 ± 6.84 mm
θ (x 軸回りの微小回転 CW が正)	$4.38 \pm 0.14 \times 10^{-8}$ ラジアン (= 9.03 ± 0.29 ミリ秒角)
ϕ (y " ")	$-5.25 \pm 0.11 \times 10^{-8}$ ラジアン (= -10.83 ± 0.23 ミリ秒角)
ϕ (z " ")	$3.11 \pm 0.07 \times 10^{-8}$ ラジアン (= 6.41 ± 0.14 ミリ秒角)
α (スケール定数 $(1 + \alpha)$)	$7.60 \pm 0.52 \times 10^{-9}$

パラメータ間の相関係数

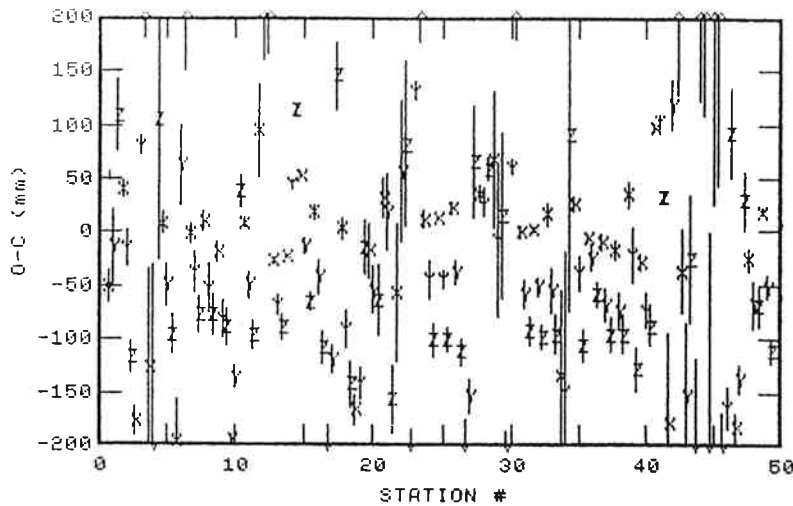
	l	m	n	θ	ϕ	ϕ	α
l	1.00	0.00	-0.06	0.07	0.82	0.69	-0.31
m	-	1.00	0.74	-0.91	0.00	-0.10	-0.35
n	-	-	1.00	-0.88	0.05	-0.14	0.17
θ	-	-	-	1.00	0.03	0.13	0.11
ϕ	-	-	-	-	1.00	0.22	-0.11
ϕ	-	-	-	-	-	1.00	-0.17
α	-	-	-	-	-	-	1.00

推定後の χ^2 / 自由度 = 1.49

残差プロット



ちなみに座標系の回転を推定しないときの残差プロットは以下のようであり、大きな残差が残る。



4. まとめ

VLBI 90とVLBI 88の間関係は単なる座標系の平行移動だけではなく、座標系の回転およびスケールもされた変換となっているようである。今回得られた結果は残差プロットからみても充分妥当性のある結果だと思われる。

したがってGSFC 1988解析結果の局位置を基準として求めた局位置をVLBI 90座標系(すなわちITRF座標系)に変換するには以下に示す式を用いるのが良いと思われる。各パラメータは3.2で示されている値をもちいる。

VLBI 88からVLBI 90への変換式

$$\begin{aligned}
 x_{90} &= (1 + \alpha) \{ (x_{88} - l) - \phi (y_{88} - m) + \theta (z_{88} - n) \} \\
 y_{90} &= (1 + \alpha) \{ \phi (x_{88} - l) + (y_{88} - m) - \theta (z_{88} - n) \} \\
 z_{90} &= (1 + \alpha) \{ -\phi (x_{88} - l) + \theta (y_{88} - m) + (z_{88} - n) \}
 \end{aligned}$$

以上

付録

推定に使用した局名と局配置

Station information GSFC88 for 1988

#	STATION	latitude	longitude
1	ALGOPARK	45.76	-78.07
2	BLKBUTTE	33.49	-115.72
3	CHLBOLTN	50.96	-1.44
4	DEADMANL	34.08	-116.28
5	DSS15	35.24	-116.89
6	EFLSBERG	50.34	6.88
7	ELY	39.10	-114.84
8	FLAGSTAF	35.03	-111.63
9	FORT ORD	36.49	-121.77
10	GILCREEK	64.83	-147.50
11	GOLDVENU	35.07	-116.79
12	HARTRAO	-25.74	27.69
13	HATCREEK	40.63	-121.47
14	HAYSTACK	42.43	-71.49
15	HRAS 085	30.47	-103.95
16	JPL MV1	34.03	-118.17
17	KASHIMA	35.77	140.66
18	KAUAI	21.99	-159.67
19	KODIAK	57.57	-152.50
20	KWAJAL26	9.34	167.48
21	MAMMOTHL	37.46	-118.95
22	MARPOINT	38.19	-77.23
23	MEDICINA	44.33	11.65
24	MOJ 7288	35.15	-116.89
25	MOJAVE12	35.15	-116.89
26	MON PEAK	32.72	-116.42
27	NOME	64.41	-165.37
28	NRAO 140	38.25	-79.84
29	OCOTILLO	32.62	-115.80
30	ONSALAB0	57.22	11.93
31	OVR 7853	37.05	-118.29
32	OVR0 130	37.05	-118.28
33	PBLOSSOM	34.33	-117.92
34	PENTICTN	49.13	-119.62
35	PINFLATS	33.43	-116.46
36	PLATTVIL	39.99	-104.73
37	PRESIDIO	37.62	-122.46
38	PT REYES	37.92	-122.94
39	PVERDES	33.57	-118.40
40	QUINCY	39.79	-120.94
41	RICHMOND	25.46	-80.38
42	ROBLED32	40.24	-4.25
43	SANPAULA	34.21	-119.00
44	SESHAN25	30.93	121.20
45	SHANGHAI	31.02	121.43
46	SNDPOINT	55.17	-160.48
47	SOURDOGH	62.51	-145.48
48	VERNAL	40.14	-109.57
49	VNDNBERG	34.38	-120.62

