

帯域通過特性平滑化による単一鏡スペクトル線観測の効率化

亀野 誠二, 山木 春霞, 今井 裕 (鹿児島大学)

概要

電波単一鏡分光観測の OFF 点時間を削減するアルゴリズムを提案する。帯域通過特性 (BP) に対して周波数方向・時間方向に最適な平滑化を行い、短時間の積分でも OFF 点スペクトルから得られる BP の精度を上げる。最適な平滑化の周波数幅・時間幅は観測信号系の安定度に依存するので、ラン分散解析によって最適なパラメータを得る。この手法を VERA 入来局 + デジタルバックエンドで試験した結果、従来と同等の S/N を得るための総観測時間 1/3 に削減できた。また、同一観測時間内で 1.6 倍の S/N の向上が見込める結果となった。

1 はじめに...単一鏡スペクトル線観測のスキャン

電波望遠鏡によるスペクトル線観測では、電波源を指向する ON 点の受信電力 (温度換算) T_{on} と電波源を外した OFF 点の T_{off} を得て、その差分 $T_a = T_{\text{on}} - T_{\text{off}}$ で天体のアンテナ温度 T_a を得る “Position Switching” が通常の手法である。受信電力の大半を占める雑音成分を除去するためである。

この手法には 2 つの問題点がある。アンテナ温度の分散 σ^2 は ON 点の分散 σ_{ON}^2 と OFF 点の σ_{OFF}^2 の和 $\sigma^2 = \sigma_{\text{ON}}^2 + \sigma_{\text{OFF}}^2$ となり、OFF 点の分散が T_a のランダム誤差として加わる。また、OFF 点の積分時間を ON 点と同じ長さにとると、望遠鏡時間は ON 点時間の 2 倍以上になる。OFF 点観測が望遠鏡時間を増やしスペクトルの SNR (信号雑音比) を劣化させている。

本研究の目的は、OFF 点スペクトルを平滑化して σ_{OFF}^2 を低減し、SNR を維持しつつ OFF 点時間を減らすことである。そもそも OFF 点スペクトルを観測時間中に測定する理由は、帯域通過特性 (BP) に時間変動があるからである。BP が時間変化しない理想的なシステムであれば、観測前に予め得ておいた BP を OFF 点スペクトルとして使うことで、OFF 点観測が不要になる。近年、観測信号系のデジタル化が進み、安定度の高いデジタル分光計が普及したため、OFF 点時間を節約できる可能性が生じた。そこで、実観測データを元にどれだけ効率化できるか調査した。

2 手法

OFF 点スペクトル $H(\nu, t)$ が 3 つの要素から成る ($H(\nu, t) = H_0(\nu) + H_1(\nu, t) + N(\nu, t)$) と仮定する。

- 帯域通過特性 $H_0(\nu)$: 永続的・予め計測可。

- 帯域通過特性のゆらぎ $H_1(\nu, t)$: 変動するため観測時間中に計測する必要がある。周波数方向には十分滑らかと仮定。
- ランダム成分 $N(\nu, t)$: 熱雑音に起因。周波数 ch 毎・時間毎に独立で、正規分布すると仮定。

この仮定は、測定結果 (3.1 節) で支持される。

平滑化で $H_1(\nu, t)$ と $N(\nu, t)$ とを分離する効率は、 $H_1(\nu, t)$ の滑らかさに依存する。滑らかさは周波数方向のラン分散 (AV)

$$\sigma_y^2(\Delta\nu) = \frac{\langle \{H_1(\nu + 2\Delta\nu) - 2H_1(\nu + \Delta\nu) + H_1(\nu)\}^2 \rangle}{2\Delta\nu^2} \quad (1)$$

で評価する。熱雑音 $N(\nu, t)$ は周波数幅 $\Delta\nu$ と積分時間 Δt に対して $\sigma_y^2 \propto \Delta\nu^{-2} \cdot \Delta t^{-1}$ と振る舞うのに対して、 $H_1(\nu, t)$ は $\sigma_y^2 \propto \Delta\nu$ となり積分時間 Δt にほとんど依存しないと期待されるので、 $H_1(\nu, t)$ の AV によって熱雑音が支配的な $\Delta\nu$ の領域と $H_1(\nu, t)$ が支配的な領域とを切り分ける。

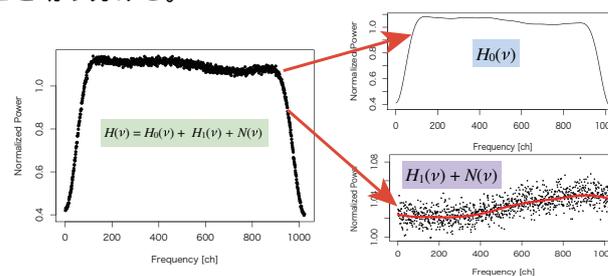


図 1: スペクトル平滑化の概念図。左は OFF 点のスペクトル。予め取得した $H_0(\nu)$ で補正すると $H_1(\nu, t) + N(\nu, t)$ が得られる。これを平滑化によって H_1 (太い曲線) と N に分離する。

以上をふまえた解析手法は以下ようになる。

1. 予め十分長い積分時間をかけて $H_0(\nu)$ を得ておく。保守時間に天頂を向けている時間などを利用すると効率的。
2. 観測中の OFF 点スペクトル $H(\nu, t)$ から $H_0(\nu)$ を差引き、 $H_1(\nu, t) + N(\nu, t)$ を得る。

- $H_1(\nu, t) + N(\nu, t)$ を周波数方向に平滑化する。ここでは 3 次 B-spline を用いる。平滑化窓 (spline 節点間隔) は AV 解析で最適値を得る。周波数方向の平滑化によって $N(\nu, t)$ を低減し、 $H_1(\nu, t)$ を抽出する。
- 平滑化した $\bar{H}_1(\nu)$ と $H_0(\nu)$ を BP として用いる。

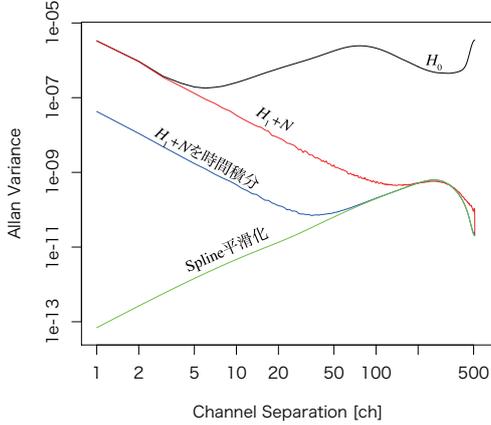


図 2: OFF 点スペクトルのアラン分散 (AV)。上から $H(\nu, t)$, $H_1(\nu, t) + N(\nu, t)$ (1 分積分), $H_1(\nu, t) + N(\nu, t)$ (32768 秒積分), さらにそれを 42 ch の窓で spline 平滑化したスペクトルに、式 1 をそれぞれ適用して AV を得た。

3 試験と結果

VERA 入来局を用い、22 GHz 帯で試験観測を行った。受信信号を A/D 変換器 ADS-1000 によって 2-bit/sample, 256 Msps でデジタル化し、DFU によって 16 MHz 帯域を切り出した。スペクトルはデジタル分光計 VESPA によって 1024 点分光で得た。2010 年 4 月 9 日に天頂方向で 230 分間積分したスペクトルを $H_0(\nu)$ として用いた。観測データは半年後の 2010 年 10 月 5 日に 600 分間天頂を向けて得た。統計解析ソフトウェア R を用いて AV 計測した。仮想的に ON/OFF スキャンパターンを生成し、OFF 点スペクトルの平滑化と差引きを行なった。天頂の観測なので $T_a(\nu)$ の期待値は 0 である。 T_a の標準偏差によって SNR を評価した。

3.1 周波数方向の AV 解析

得られた OFF 点のスペクトルと対応する AV を図 2 に示す。 $H(\nu, t)$ から $H_0(\nu)$ を差し引くことで AV が大幅に低減した。時間積分することで $\Delta\nu < 100$ ch の領域で AV が低減した一方で、 $\Delta\nu > 200$ ch にピークを持つ成分は保持された。周波数方向に平滑化すること

で、 $\Delta\nu < 50$ ch の領域はさらに AV が低減した一方で、 $\Delta\nu > 100$ ch の領域は AV が保持された。この結果から平滑化窓を 42 ch と設定して以後の解析を進めた。

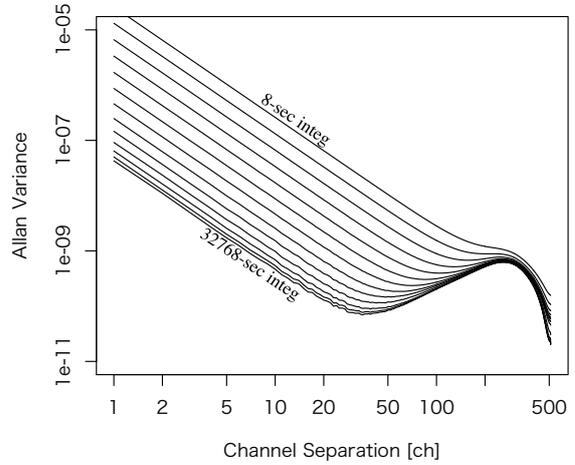


図 3: $H_1(\nu, t) + N(\nu, t)$ の AV が積分時間 (2^n 秒, $3 \leq n \leq 15$) によって変化する様子。

3.2 時間方向の AV 解析

平滑化前後の時間方向の AV は、 $\Delta t < 6$ min では平滑化前の AV は $\sigma_y^2 \propto \Delta t^{-1}$ で低減したが、 $\Delta t > 6$ min では傾きが緩くなり平滑化後の AV に漸近した。この結果から安定性の時間スケールを 360 sec と設定した。

3.3 スキャンパターンとスペクトル

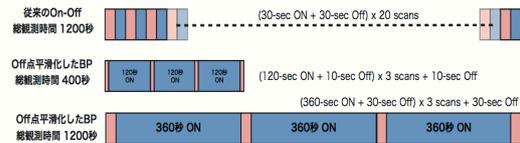


図 4: 設定したスキャンパターン

スキャンパターンとして図 4 に示す 3 種を設定し、 $T_a(\nu)/T_{sys}$ の標準偏差を計測した結果を表 1 に示す。OFF 点スペクトルを平滑化すると、1/3 の望遠鏡時間で同等の SNR が得られ (2), 同じ積分時間で 1.6 倍の SNR が得られた (3) ことがわかる。

表 1: スペクトルの標準偏差

| スキャン パターン | T_a/T_{sys} の標準偏差 | |
|--------------|----------------------|----------------------|
| | Baseline 補正前 | Baseline 補正後 |
| (1) | 4.7×10^{-4} | 4.7×10^{-4} |
| (2) | 4.8×10^{-4} | 4.5×10^{-4} |
| (3) | 3.9×10^{-4} | 2.8×10^{-4} |

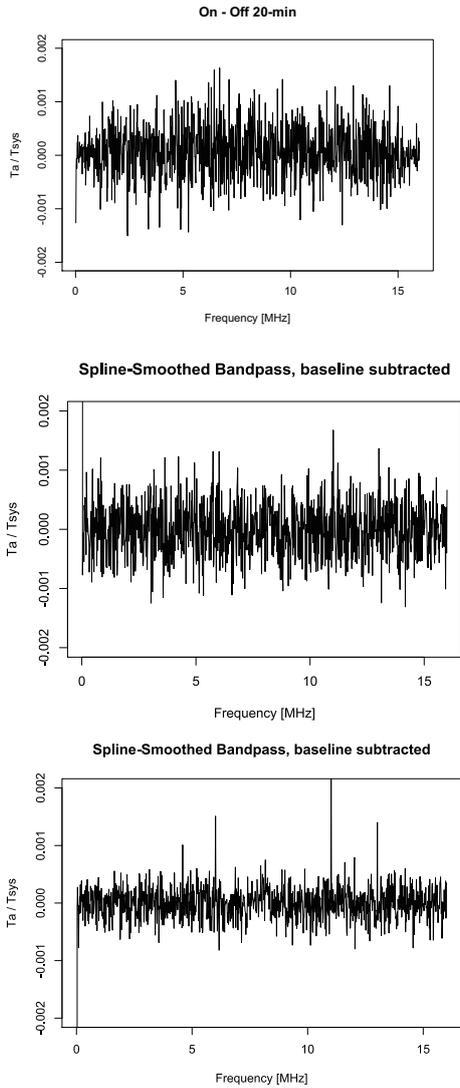


図 5 : 得られたスペクトル。上からスキャンパターン (1), (2), (3)。

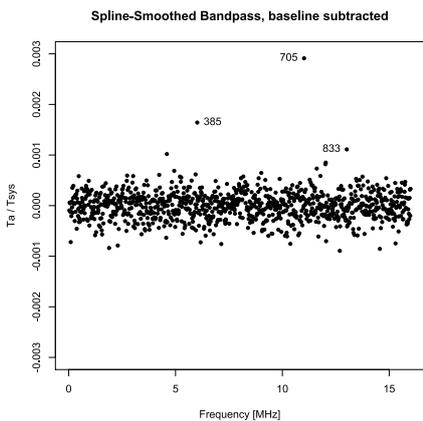


図 6 : OFF 点を平滑化した結果顕在化したスプリアス

4 考察

4.1 最適なスキャンパターン

OFF 点を N_{ch} 分光点平滑化すると、OFF 点の分散は ON 点の $\frac{1}{N_{\text{ch}}}$ になるので、ON-OFF の分散は $\sigma^2 = \sigma_{\text{on}}^2 + \sigma_{\text{off}}^2 \propto \frac{1}{t_{\text{on}}} + \frac{1}{N_{\text{ch}} t_{\text{off}}}$ となる。望遠鏡時間 $t_{\text{on}} + t_{\text{off}}$ が一定の条件下で σ^2 を最小にするには、OFF 点時間の比率を $\frac{t_{\text{off}}}{t_{\text{on}} + t_{\text{off}}} = \frac{1}{1 + \sqrt{N_{\text{ch}}}}$ とすればよく、このとき分散は従来の平滑化無しの場合に比べて $\frac{(1 + \sqrt{N_{\text{ch}}})^2}{4N_{\text{ch}}}$ に低減できる。 $N_{\text{ch}} = 42$ なら $\frac{t_{\text{off}}}{t_{\text{on}} + t_{\text{off}}} = 0.134$ で、分散が $1/3$ になる。3.3 節で設定したスキャンパターンはほぼこの比率になっており、得られた効果もほぼ予測通りである。

4.2 平滑化の正当性

3.1 節の結果から、 $\Delta\nu$ が小さい領域では AV は $\sigma_y^2 \propto \Delta\nu^{-2} \Delta t^{-1}$ という振る舞いを示し、熱雑音が支配的と示唆される。一方 $\Delta\nu$ が大きい領域では $\sigma_y^2 \propto \Delta\nu$ であった。これは ch 方向にランダムウォークする BP のゆらぎを示している。両者が交差する底打ちの $\Delta\nu$ を回帰分析すると、 Δt に対して $\Delta\nu \propto \Delta t^{-0.32}$ であった。これは、熱雑音と BP のゆらぎが等価になるという関係 $\log \sigma_y^2 = -2 \log \Delta\nu - \log \Delta t = \log \Delta\nu + \alpha$ から得られる理論予測 $\Delta\nu \propto \Delta t^{-1/3}$ を支持する。

4.3 スプリアスに対する脆弱性

(3) のケースで、 $\text{ch} = 385, 705, 833$ に最大で T_{sys} の 0.3% に達するスプリアスが見られた。これらの周波数は帯域幅の $3/8, 11/16, 13/16$ という整数比に相当することから、サンプリングクロックの高調波などが原因として考えられる。

5 まとめ

OFF 点のスペクトルを平滑化することで単一鏡観測の望遠鏡時間を大幅に節約 (VESPA の場合 $1/3$ に削減) できることを示した。この手法を実際に適用するために、観測所には予めテンプレート BP の計測と、アラン分散計測による平滑化窓の最適値を提示して頂きたい。