

I-2. VLBI の原理

河野 宣之*

PRINCIPLE OF VLBI

By

Nobuyuki KAWANO

1. ま え が き

VLBIの原理については、既に数多くの文献(例えば^{(1),(2)})で説明されているが、個々の応用に限定されているか、あるいは直接得られるデータから物理量を導出するには、必ずしも十分とは言えないものが多い。ここでは、VLBIに関する基本的な関係式から、実際に物理量を導出するまでに必要な数式的な展開を行ない、電子計算機でデータ処理を行う際に容易に利用できるようにする。また一つの物理量が他の物理量とどういう関係にあるかを明らかにする。

2. VLBIの定義

1個のアンテナのビーム幅は、受信波の波長をアンテナの直径で割った値にほぼ等しく、したがって、直径25mのアンテナで3GHzの電波を受信した場合、角度分解能あるいはビーム幅は14分角にしかすぎない。そこで、更に分解能を上げて電波源を観測するには、アンテナの直径を巨大なものにすることが、まず考えられるが、費用や技術の面で多くの困難があり、角度分解能を数秒にすることは、ほとんど不可能に近い。しかし、直径の小さなアンテナでも適当な位置に数個並べると、両端のアンテナの距離に等しい直径のアンテナに相当する分解能を得ることができる。これが電波干渉計である。例えば、両端のアンテナを1km離して、上で述べた周波数で観測すれば、分解能は20秒角になる。

VLBIは両端のアンテナを更に引き離して数百kmあるいは数千kmにまで引き離す。そうすると、実質的に千分1の秒角という超高分解能を得ることができる。VLBIは、このように電波干渉計のアンテナ間距離を大き

くとしたものであるが、単に電波干渉計の拡張としてはみなされない面がある。上で述べた電波干渉計は数個のアンテナの受信信号の積(相関)又は、和を求めているのであるが、現在のところマイクロ波帯の受信信号を直接記録したり、相関をとることのできる高速記録装置又は相関器はないので、受信帯域幅まで周波数を落とした後で記録又は、相関を取らざるを得ない。したがって、当然のことながら、各信号は周波数変換によりコヒーレンスが失われてはならない。このことは、周波数変換の際に局部発振器の出力が互いにコヒーレントであることに等しい。通常の電波干渉計では、1個の局部発振器の出力を各々の周波数変換に共通して用い、かつ、局部発振器から周波数変換器までの距離も短いため、ケーブル長の変化等による位相変動も少いので、周波数変換器の入力での局部発振器出力は互いにコヒーレントである。しかし、VLBIの場合には数百kmあるいは数千kmも離れた周波数変換器に、同一の局部発振器の出力を用いることができず、仮にできたとしても、その間に位相変動を受けて、コヒーレンスを失う。このような理由から、高安定な局部発振器を独立に持った干渉計が考えられた。

したがってVLBIの定義を“独立な局部発振器をもった干渉計システム”⁽³⁾としてよい。そして、独立な高安定局部発振器をもつことこそが、VLBIの応用面を従来の電波干渉計とは比較にならないほど拡大したのである。

3. VLBIによる測定量の数学的検討

VLBIは、2.で述べたように、複数のアンテナで同時に受信した信号の相互相関をとるのであるが、ここでは簡単にするために、二つのアンテナについてのみ考え、伝送途中に発生する雑音の影響は無視することにする。

*鹿島支所 第三宇宙通信研究室

3.1 相互相関スペクトル

同一の電波源を二つのアンテナで受信した場合、アンテナ1、アンテナ2で受信される信号を、それぞれ $x(t)$ 、 $y(t)$ とすると⁽⁴⁾、

$$y(t) = x(t - \tau_g). \quad \dots\dots(1)$$

τ_g は電波源から輻射される電波が二つのアンテナに到達するまでの時刻差であり、(1)式は、アンテナ2に、アンテナ1より τ_g 秒遅れて電波が到達することを意味する。

信号 $x(t)$ 及び $y(t)$ は、それぞれのアンテナ側に独立に設けられた局部発振器の出力信号を基準にして周波数変換される。受信する帯域をB Hzとして、周波数変換の後は $0 \sim B$ Hzの信号になるものとする。もちろん、実際には数段の周波数変換器により受信周波数から $0 \sim B$ Hzに周波数変換されるが、1段でこれを行うと仮定しても一般性は失われない。

周波数変換された信号を表現するには、時間領域よりも周波数領域の方が都合がよいので $x(t)$ 、 $y(t)$ のフーリエ変換対をそれぞれ $x(\omega)$ 、 $y(\omega)$ とすると、

$$y(\omega) = x(\omega) \exp(-i\omega\tau_g). \quad \dots\dots(2)$$

ここで ω は受信周波数であり、 i は $\sqrt{-1}$ である。

両アンテナ側の局部発振周波数及び位相を ω_x 、 ϕ_x 及び ω_y 、 ϕ_y とすると、周波数変換後の信号 $X(\omega)$ 、 $Y(\omega)$ は、

$$X(\omega) = x(\omega + \omega_x) \exp(-i\phi_x), \quad \dots\dots(3)$$

$$Y(\omega) = y(\omega + \omega_y) \exp(-i\phi_y). \quad \dots\dots(4)$$

これらの信号の相互相関スペクトル $S'_{xy}(\omega)$ は、

$$S'_{xy}(\omega) = X(\omega) \cdot Y^*(\omega) \\ = S_{xx}(\omega + \omega_x) \exp(i\Phi'), \quad \dots\dots(5)$$

$$\Phi' = (\omega + \omega_x)\tau_g + (\phi_y - \phi_x) \\ + (\omega_y - \omega_x)t. \quad \dots\dots(6)$$

ここで、 $(\phi_y - \phi_x)$ は局部発振器の位相差、 $\omega_y - \omega_x$ は両アンテナ側の局部発振器の周波数差である。(5)及び(6)式は、受信機によって周波数—振幅特性及び周波数—位相特性が変わらないことを示している。しかし、実際には受信機は必ず個々の特性をもっており、これらを考慮すると、

$$S'_{xy}(\omega) = S_{xx}(\omega + \omega_x) \cdot G_x(\omega + \omega_x) \\ G_y^*(\omega + \omega_y) \cdot \exp[i\Phi'] \cdot \exp \\ [i\{\phi_y(\omega + \omega_y) - \phi_x(\omega + \omega_x)\}] \dots\dots(7)$$

となる。ただし、 $G_x(\omega + \omega_x)$ 、 $G_y(\omega + \omega_y)$ は受信機の周波数—振幅特性、 $\phi_x(\omega + \omega_x)$ 、 $\phi_y(\omega + \omega_y)$ は周波数—位相特性である。

次に、二つのアンテナ側で使用する時刻が同期していない場合を考える。 $0 \sim B$ Hzの信号に周波数変換された信号はサンプルされて、デジタル量として(5)式の相互相関スペクトルが得られるが、時刻同期がとれていない

と、サンプルされる時刻が両局の間で異なることになる。また電波源から輻射された電波が電離層及び中性大気を通過する際に伝搬路長及び位相の変化を受ける。これらを考慮すると、(7)式は更に複雑になり、

$$S_{xy}(\omega) = S_{xx}(\omega + \omega_x) G_x(\omega + \omega_x) \\ \cdot G_y(\omega + \omega_y) \cdot \exp[i\Phi(\omega)], \quad \dots\dots(8)$$

$$\Phi(\omega) = (\omega + \omega_x)\tau_g + (\phi_y - \phi_x) + (\omega_y - \omega_x)t \\ + \{\phi_y(\omega + \omega_y) - \phi_x(\omega + \omega_x)\} \\ + (\omega + \omega^0)\tau_e + (\gamma_y - \gamma_x). \quad \dots\dots(9)$$

ここで τ_e は時刻同期誤差、 $\gamma_y - \gamma_x$ は伝搬媒質の違いによる影響を表している。 $\phi_y(\omega + \omega_y) - \phi_x(\omega + \omega_x)$ と $\gamma_y - \gamma_x$ は遅延時間と位相成分に分離できる。すなわち、

$$\phi_y(\omega + \omega_y) - \phi_x(\omega + \omega_x) \simeq (\omega + \omega^0) \cdot \tau_i + \Delta\phi_{xy}, \quad \dots\dots(10)$$

$$\gamma_y - \gamma_x \simeq (\omega + \omega^0)\tau_p + \Delta\gamma_{xy} \quad \dots\dots(11)$$

(9)式右辺第4項の周波数微分は受信機の群遅延特性に等しく、受信機内で τ_i だけ遅延及び $\Delta\phi_{xy}$ の位相差を生ずると考えられる。もちろん、この中にはケーブル等による遅延も含まれるものとする。また、(11)式の右辺第1項は伝搬媒質の差による遅延時間(伝搬遅延時間)であり第2項は位相差である。ただし $\omega^0 \sim \omega_x \sim \omega_y$ としている。一般に受信機の遅延特性は、周波数に対し1次の成分と2次の成分に分けられ、1次成分が(10)式の第1項に相当するが2次成分は省略している。この理由は、2次成分は注意して受信機を設計すれば十分小さくすることができるからである。

3.2 相互相関関数 $R_{xy}(\tau)$ の性質

V L B I のデータ処理においては、 $0 \sim B$ Hzの信号をサンプルし、デジタル化してから各アンテナ側で記録し、後で各データを持ち寄って相関器により、二つの信号の相互相関を求める。したがって、相互相関関数 $R_{xy}(\tau)$ の性質及び $S_{xy}(\omega)$ の関係を求めておく必要がある。相互相関関数 $R_{xy}(\tau)$ は、

$$R_{xy}(\tau) = \int x(t) \cdot y(t + \tau) dt \quad \dots\dots(12)$$

と定義される。

よく知られているように、 $R_{xy}(\tau)$ と $S_{xy}(\omega)$ の間には、次の関係がある。

$$R_{xy}(\tau) = \text{IFT} [S_{xy}(\omega)], \quad \dots\dots(13)$$

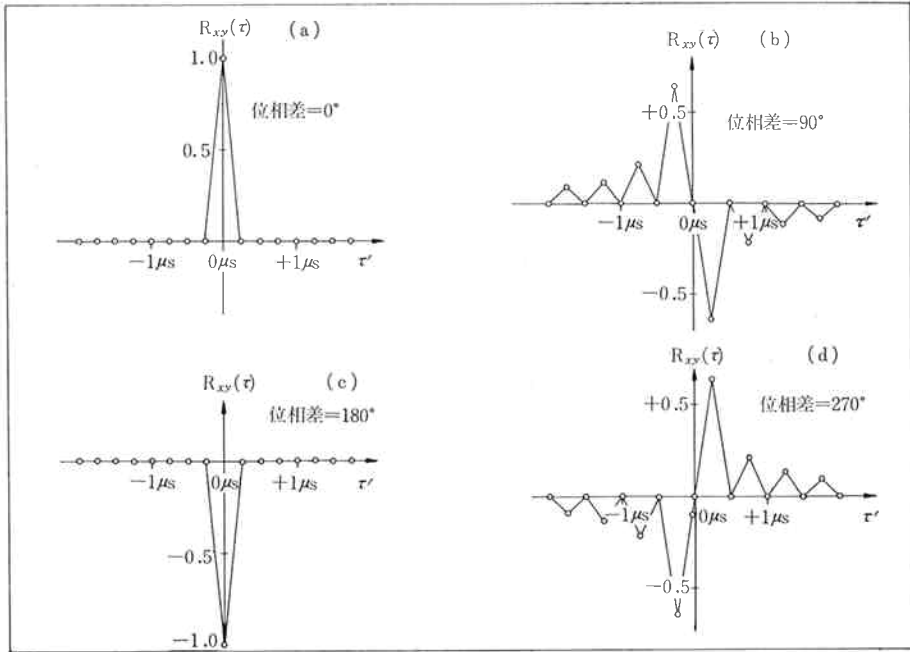
$$S_{xy}(\omega) = \text{FT} [R_{xy}(\tau)]. \quad \dots\dots(14)$$

ここでIFTは逆フーリエ変換を示している。 $G_x(\omega + \omega_x)$ 、 $G_y(\omega + \omega_y)$ は周波数に対して一定であると仮定すると、(10)、(11)より(8)式は、次のようになる。

$$S'_{xy}(\omega) = \exp(i\Phi^0) \cdot S_{xx}(\omega^0), \quad \dots\dots(15)$$

$$\Phi^0(\omega) = (\omega^0 + \omega)(\tau_g + \tau_e + \tau_i + \tau_p) + \theta, \quad \dots\dots(16)$$

$$R_{xy}(\tau) = 2 \cdot B \cdot \cos[\theta + \omega^0(\tau_g + \tau_e + \tau_i + \tau_p) \\ + \pi B\tau'] \cdot [\sin(\pi B\tau') / \pi B\tau'] \quad \dots\dots(17)$$



第1図 相互相関関数

ただし、

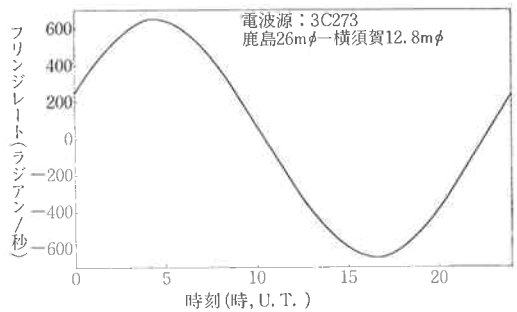
$$\theta = \phi_y - \phi_x + (\omega_y - \omega_x)t + \Delta\phi_{xy} + \Delta\gamma_{xy},$$

$$\omega^0 = \omega_x \sim \omega_y,$$

$$\tau' = \tau + \tau_g + \tau_e + \tau_i + \tau_p,$$

$$S_{xx}(\omega^0) = 1.$$

次に、相関器の出力である $R_{xy}(\tau)$ について少しその性質を調べて見る。サンプリングをナイキスト周波数、すなわち 2BHz で行うとすると、遅延時間 τ の間隔は 1/2B 秒になり、位相差すなわち $\theta + \omega^0(\tau_g + \tau_e + \tau_i + \tau_p)$ が $0^\circ, 90^\circ, 180^\circ, 270^\circ$ のときには、 $R_{xy}(\tau)$ は第1図 (a), (b), (c), (d) のようになる。 $\phi_y - \phi_x, \omega_y - \omega_x$ 及び $\tau_e + \tau_i + \tau_p$ の時間変化がゆっくりしている場合は、 τ_g の変化に対して、(17式 $\text{Sin}(\pi B\tau')/\pi B\tau'$ は $\cos[\theta + \omega^0(\tau_g + \tau_e + \tau_i + \tau_p) + \pi B\tau']$ に比べて、はるかにゆっくりしか変化しない。その割合は (受信帯幅) / (受信周波数) の比にほぼ等しい。 $\omega^0\tau_g$ の変化率をフリンジレート (F_r) と言い、ちょうど $R_{xy}(\tau)$ の周期的な変化の速さに相当する。第2図は、鹿島 26mφ アンテナと電電公社横須賀電気通信研究所 12.8mφ アンテナについて求めたフリンジレートである。ここで注意すべきことは、 $R_{xy}(\tau)$ が周期的に変化するために長時間 $R_{xy}(\tau)$ を積分すると、 $R_{xy}(\tau)$ は相殺されてしまうことになり、弱い電波源を受ける際に非常に重要な問題となる。この点については、次の節 4. フリンジストップピングで詳しく述べることにする。



第2図 フリンジレート

3.3 VLBIで得られる量

相関器で直接得られた $R_{xy}(\tau)$ はフーリエ変換され、(8)式が得られる。(8)式を実数部と虚数部に分けると、

$$S_{xy}(\omega) = R(\omega) + iI(\omega), \quad \dots\dots(18)$$

$$P_{xy}(\omega) = |S_{xy}(\omega)|. \quad \dots\dots(19)$$

ここで $R(\omega), I(\omega)$ はそれぞれ $S_{xy}(\omega)$ の実数部と虚数部であり、 $P_{xy}(\omega)$ は相互電力スペクトルである。また、相互相関スペクトル $S_{xy}(\omega)$ の位相は、

$$\Phi(\omega) = \tan^{-1}[I(\omega)/R(\omega)] \quad \dots\dots(20)$$

から求められる。 $\Phi(\omega)$ を相互位相スペクトル、略して位相スペクトルと呼ぶことにする。(8), (9), (10), (11)式より、

$$\frac{d\Phi(\omega)}{d\omega} = \tau_g + \tau_e + \tau_i + \tau_p \quad \dots\dots(21)$$

という関係が得られる。また、 $\phi_x(\omega), \phi_y(\omega)$ は小さ

く、 $G_x(\omega + \omega_x)$, $G_y(\omega + \omega_y)$ は帯域内で変化が小さい場合には、 $S_{xy}(\omega)$ のフーリエ変換を行うことにより $\tau_y + \tau_e + \tau_i + \tau_p$ をやはり求めることができる。

$$c(\Omega) = \int S_{xy}(\omega) \exp[-i\omega\Omega] d\omega, \quad \dots\dots(22)$$

$$C(\Omega) = |c(\Omega)|. \quad \dots\dots(23)$$

$C(\Omega)$ は $R_{xy}(\tau)$ のフーリエ変換のフーリエ変換に等しくケプストラムと呼ばれる。 $C(\Omega)$ は $\Omega = \tau_y + \tau_e + \tau_i + \tau_p$ で急激な最大値をもつ。

このように、VLBI から得られる遅延時間は、アンテナに到達するまでの幾何学的遅延時間 τ_y と時刻同期誤差 τ_e 、局内遅延時間 τ_i 、伝搬遅延時間 τ_p の和である。したがって、例えば τ_y を求めようとする場合は、他の方法で τ_e , τ_i と τ_p を測定しておくか、幾つかの星を観測したり、異った時刻で全遅延時間を求めて、統計的に処理する必要がある。

次に、 $\Phi(\omega)$ の時間変化率について検討してみる。

$\Phi(\omega)$ の時間微分 $\dot{\Phi}(\omega)$ は、

$$\dot{\Phi}(\omega) = (\omega + \omega_y) \dot{\tau}_g + \frac{d}{dt}(\phi_y - \phi_x) + (\omega_y - \omega_x) + \frac{d}{dt}(\gamma_y - \gamma_x) \quad \dots\dots(24)$$

である。右辺第1項は幾何学的フリンジレートであり、第2項は局部発振器の位相ジッター、第3項は局部発振器の周波数設定誤差、第4項は電離層及び大気による位相変動である。

$\Phi(\omega)$ の時間変化率は相互相関 $R_{xy}(\tau)$ の積分可能時間に関係して、極めて重要である。すなわち、 $\Phi(\omega)$ が時間的に大きく変動すれば当然 $R_{xy}(\tau)$ は相殺され、積分時間を長くすることによって、無相関の雑音成分を取り除いて、検出感度を上げることができなくなる。そこで(24)式の各項がどのような性質をもっているか調べておく必要がある。

第1項は、電波源と基線の位置関係から知ることができる量である。第2項は局部発振器の原振として用いる原子周波数標準の周波数安定度によるものであるから、超高安定の、例えば、水素メーザ型の原子周波数標準器を用いれば小さくすることができる。第3項は局部発振器の周波数設定誤差で、原子周波数標準器を用いれば通常の観測時間内では一定値と見なされる。第4項は受信周波数によって著しく異なる。特に、1000 MHz 以下では電離層の影響を受け、ミリ波帯になれば中性大気の影響を受ける。このように $\Phi(\omega)$ 及び $\dot{\Phi}(\omega)$ は種々の影響を受けるため、目的に従って使用する機器や、受信周波数等の選択をしなければならない。また、このことは逆に多くの応用面が考えられるともいえるのである。

これまででは、電波源から来る電波のみを考慮したが、

実際には受信機雑音や大気の輻射等による雑音が $x(t)$, $y(t)$ に加えられている。各アンテナ側の自己相関関数及び電力スペクトル $P_{xx}(\omega)$, $P_{yy}(\omega)$ を求め、これらで規格化した無相関の雑音がある場合の相互相関スペクトルについて考える。この場合は、(15)式は、次のように書き替えられ、

$$S''_{xy}(\omega) = [|S''_{xy}(\omega)| / \sqrt{P_{xx}(\omega) \cdot P_{yy}(\omega)}] \cdot \exp[i(\Phi'' + \Phi_n'')] \quad \dots\dots(15')$$

同様に(8)式は、

$$S_{xy}(\omega) = [|S_{xy}(\omega)| / \sqrt{P_{xx}(\omega) \cdot P_{yy}(\omega)}] \cdot \exp[i(\Phi + \Phi_n)] \quad \dots\dots(8')$$

と表せる。ここで、 Φ_n'' 及び Φ_n は雑音による位相ジッタで、積分時間を長くすることにより小さくなる。 $S_{xy}(\omega)$ 又は $S''_{xy}(\omega)$ をフリンジ・ビジビリティ・スペクトラム (fringe visibility spectrum) と呼ぶ。また、上に述べた(8')式の $S_{xy}(\omega)$ の絶対値を帯域内で積分した値すなわち、

$$P = \int_0^B |S_{xy}(\omega)| d\omega$$

を平均コヒーレンスと呼ぶ。この値も VLBI で測定できる量である。

以上述べたごとく VLBI による測定量は、2信号の遅延時間、位相差、コヒーレンスの三つであるが、これらを連続して測定すれば、その変動も得られる。

4. フリンジストッピング

本章 3. で $\Phi(\omega)$ が時間的に変化するために、積分時間を長くすると相互相関が相殺されてしまうと述べたが、弱い電波源の場合は、積分時間を長くにとって、信号対雑音比を大きくしなければならない。そのために、 $\Phi(\omega)$ の変化量をあらかじめ予想し、(8)式で表される相互スペクトル関数 $S_{xy}(\omega)$ を、 $\Phi(\omega)$ の変化量が小さい時間内で連続的に計算し $S_{xy}(\omega)$ に位相回転を与えて、その結果を加えてゆく。この操作は、 $\Phi(\omega)$ の変化を止めることに等しく、フリンジストッピングと呼ばれている。すなわち、

$$\langle S_{xy}(\omega) \rangle = \int S_{xy}(\omega) \cdot \exp[-i\dot{\Phi} \cdot t] dt \quad \dots\dots(25)$$

ただし、

$$S_{xy}(\omega) = \int R_{xy}(\tau) \cdot \exp[-i\omega\tau] d\tau$$

なる計算を行う。 $R_{xy}(\tau)$ は $\Phi(\omega)$ の変化量が、小さい時間内で求められた値である。この計算は、例えば基線が長い場合、 $\dot{\Phi}(\omega)$ が 1 kHz 以上にも達するので、1/10 ラジアンごとに行うとすれば 1 秒のデータを処理するためには 6×10^4 回のフーリエ変換と位相回転を行う必要がある。したがって、多くの場合離散的にとれる τ の個数

(ラグ数)を少くして高速フーリエ変換を行っている。しかし、それにもかかわらずVLBIのデータ処理に要する時間のほとんどは、このフリンジストッピングに費やされる。上に述べたフリンジストッピングは、周波数領域で行っているのであるが、時間領域で行うことができれば、相互相関関数 $R_{xy}(\tau)$ は長時間積分できることになり、データ処理に要する時間は大きく短縮される。この点については、本特集号、V-4. 実時間相関システムで詳細に述べられるので、ここでは省略する。

5. 測定精度と S/N 比

本章 3. において、VLBI から得られる測定量は、位相差、遅延時間及びコヒーレンスであると述べたが、それらの決定精度については述べていない。実際に観測する場合は信号 $x(t)$, $y(t)$ には大気の影響や宇宙雑音、受信機から発生する雑音が重畳されているから、必ずしも短時間の観測時間で良好なデータを得られるとはかぎらない。ここでは、雑音が測定量の決定精度に、どのように関係するか述べることにする。

信号対雑音比 (S/N) は、信号すなわち電波源から到来する電波の電力と、これに重畳する、信号とは互いに無相関の雑音の電力の比であり、よく知られているように、次のよう表される⁽⁵⁾。

$$S/N = [(T_{ax} \cdot T_{ay} / T_{sx} \cdot T_{sy}) B \cdot T]^{\frac{1}{2}} \quad \dots\dots(26)$$

T_{ax} , T_{ay} は二つのアンテナに入る信号の雑音温度であり、 T_{sx} , T_{sy} はシステム雑音温度、 T は積分時間である。 S/N をもう少しわかりやすくするために、アンテナの直径を用いて表すと、

$$S/N = (\pi \cdot S_0 / 8k) D_x \cdot D_y \cdot [\eta_x \eta_y B \cdot T / T_{sx} \cdot T_{sy}]^{\frac{1}{2}} \quad \dots\dots(27)$$

ここで S_0 は電波源のフラックス密度、 k はボルツマン定数、 D_x , D_y は二つのアンテナの直径、 η_x , η_y はそれらの開口率である。 η_x , η_y は通常 40~70% の値をもつと考えてよい。このときの遅延時間の決定精度は、

$$\Delta\tau \approx 1/2\pi B \cdot \sqrt{S/N} \quad \dots\dots(28)$$

である。したがって位相の決定精度は、およそ、

$$\Delta\phi = 2\pi \cdot B \cdot \Delta\tau \quad \dots\dots(29)$$

である。

鹿島 26 mφ アンテナの受信系及び横須賀通信研究所 12.8 mφ アンテナの受信系の場合には、積分時間が 1 秒として、およそ、

$$S/N = 0.5 S_0 \quad \dots\dots(30)$$

となる。ただし S_0 は $10^{-26} W/m^2 \cdot Hz$ 単位で表すものとする。したがって、10 f. u. の電波星を 0.2 秒観測すると、ちょうど S/N が 1 となる。一方、静止衛星 ATS-

1 を受信した場合は積分時間が 10 ms の場合、 S/N は、およそ 3×10^3 、遅延時間決定精度は 2 n sec 及び位相差の決定精度は 1° にもなる。

コヒーレンスの測定精度については、弱い電波源の場合、 S/N 比に等しいことは(26)式から明らかであるので、説明を要しないであろう。

6. VLBI 観測

VLBI では遅延時間、位相差、コヒーレンスの三つの量を測定するのであるが、これらの中のどれを重点にして測定するか、あるいは、どのような電波源を観測するかに従って、データ処理の方法はもちろん、三つの測定量から導出される物理量は異なる。ここでは、電波源が基線長に対して割合近くにある場合、すなわち人工衛星の場合と、無限遠にあると考えて差支えない場合に分けて検討してみる。

6.1 人工衛星の観測

まず、人工衛星を観測して、遅延時間を測定する場合を想定する。第 3 図は、人工衛星とアンテナの位置関係を示している。このとき本章 3. の (1) 式に相当する τ_g は、

$$\tau_g = (|\mathbf{r}_y| - |\mathbf{r}_x|) / C \quad \dots\dots(31)$$

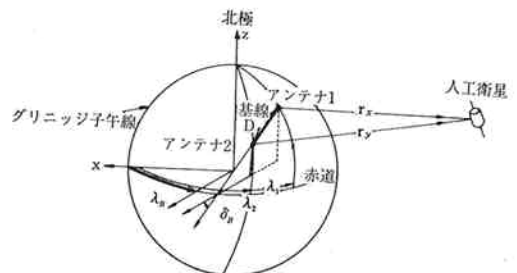
と表せる。一方、 τ_g による位相差 $\phi(\omega=0)$ の変化率 (フリンジレート) は、

$$F_r = \dot{\phi}(\omega) = \omega^0 \dot{\tau}_g = \omega^0 (|\dot{\mathbf{r}}_y| - |\dot{\mathbf{r}}_x|) / c \quad \dots\dots(32)$$

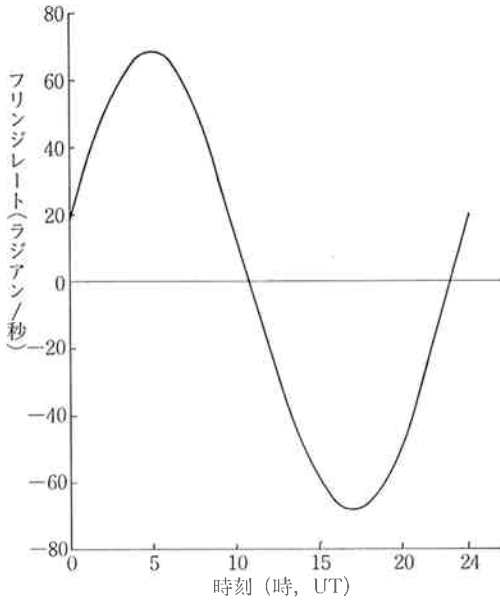
となる。約 2 時間で地球を 1 周する移動衛星の場合は、4 GHz で観測すると、フリンジレートは平均して、

$$F_r \sim 23 \times D \text{ rad/sec} \quad \dots\dots(33)$$

である。ここで D は基線長を Km で表したものである。 D を 200 km にとると、フリンジレートは 4.5×10^3 rad/sec にもなり、4. で述べた位相回転は $40 \mu\text{s}$ ごとに行なう必要があり、データ処理にかなりの時間を要することになる。第 4 図は、静止衛星 ATS-1 を鹿島 26 mφ アンテナと、横須賀通信研究所 12.8 mφ アンテナで観測した場合のフリンジレートである。フリンジレートの最大



第 3 図 基線と人工衛星の位置関係



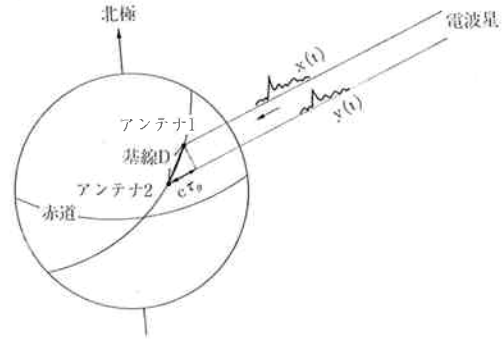
第4図 フリンジレート
ATS-1 Feb. 2, 1977

値は、約 70 rad/sec であるから、位相回転は 2 ms ごとに行えばよく、 S/N が良いために 2 ms 内で遅延時間、位相差、コヒーレンスを十分精度よく決定できる。 τ_g 又は、 F_r 、あるいはその両方を連続して測定することにより、衛星の軌道を正確に決定することができる。しかし、3節でも述べているように、 τ_g の決定精度に見合った精度でアンテナの位置（緯度、経度）、時刻同期誤差、伝搬遅延時間、局内遅延時間をあらかじめ求めておく必要がある。静止衛星の軌道決定については本特集号、IV-1. V L B I による静止衛星の軌道決定で述べられるので、ここでは省略する。

次に、位相差とコヒーレンスの観測について考えて見る。位相差 $\phi(\omega)$ は多くの項を含んでいるが、高安定な原子周波数標準器を用いて静止衛星を観測する場合は、短時間、例えば数秒程度の時間内では、電離層や中性大気に起因する $\gamma_g - \gamma_{nc}$ が最大に変化する量となる。一方、コヒーレンスから伝搬媒質による電磁波の吸収や輻射量を求めることができる。特に、100 MHz 以下では電離層、ミリ波帯では降雨、雲等の電波伝搬に及ぼす影響を知る新しい手段として、将来十分期待できると思われる。

6.2 電波星の観測

電波星の観測では人工衛星の場合と比較して、一般に S/N が数オーダー小さい。そこで、データ処理の際に本章 4. で述べたフリンジストッピングが必要になるので多少複雑になるが、基線に対する星の運動が、かなり



第5図 基線と電波星の位置関係

正確に予想でき、かつ、平行光線と考えてよいから、その応用面は広い。第5図は、基線と星の位置関係を示している。この場合 τ_g は、

$$\tau_g = -(D/C) \cdot [\sin \delta_B \cdot \sin \delta_s + \cos \delta_B \cdot \cos \delta_s \cdot \cos(L_s - L_B)] \quad \dots\dots(32)$$

である。ここで L_B , δ_B は基線の時角、赤緯であり、 L_s , δ_s は星の時角、赤緯である。他の遅延時間 (τ_e , τ_p , τ_i) は、あらかじめ求められていて、 τ_g が連続して得られるとすると、(32)式は二つの項に分離される。すなわち、

$$\tau_{g1} = -\frac{D}{C} \sin \delta_B \cdot \sin \delta_s, \quad \dots\dots(33)$$

$$\tau_{g2} = -(D/C) \cos \delta_B \cdot \cos \delta_s \cdot \cos(L_s - L_B) \quad \dots\dots(34)$$

τ_{g1} は1日を通じて一定の部分であり、 τ_{g2} は1日を周期とする成分である。 τ_{g2} の位相から $L_s - L_B$ が得られ、振幅から $-(D/C) \cos \delta_B \cdot \cos \delta_s$ が求められる。しかし、残念なことに、これらから一意的に D , δ_B , δ_s , L_B , L_s を決定することはできない。このような事情は、V L B I を構成するアンテナの数を増やしてもやはり同じであり、遅延時間だけの測定量しかない場合は、複数個の星を観測するか星の位置 (L_s , δ_s) 又は (L_B , δ_B) のいづれか一方を仮定しなければ、他方は厳密な意味では決まらない。

次に、位相差の測定について考える。フリンジレートは(32)式から、

$$F_r = (D/C) \cdot \cos \delta_B \cdot \cos \delta_s \cdot \sin(L_s - L_B) \cdot \frac{dL_B}{dt} \quad \dots\dots(35)$$

(35)式の $\frac{dL_B}{dt}$ は、地球の自転速度に関係した量であるから、かなり正確に予測できる。 τ_{g2} と F_r から $(L_s - L_B)$ は求められるが、前に述べた事情は変わらない。

しかしながら、このような事情が、V L B I で電波星を観測することを無意味にしてしまうことはない。例えば、星の位置 (L_s , δ_s) の1年後の値は正確に予想されるから、1年後に τ_{g1} , τ_{g2} , F_r を観測して、中の測定値

と異っていたとすれば、その変化量から D, L_B, δ_B の変化を知ることができる。また、幾つかの電波源を観測して、より正確に $D, L_B - L_s, \delta_B, \alpha_s$ を推定することができる。

次に、コヒーレンスの測定について考えて見る。コヒーレンスの測定は、電波星の分解という点で重要である。位相差 $\Phi(\omega)$ の中で τ_g に関する量のみ注目して、連続的に観測すると、1日周期で変化する成分は、

$$\Phi_{g1} \approx -(D/C) \cdot \omega^0 \cdot \cos \delta_B \cdot \cos \delta_s \cdot \cos(L_s - L_B) \quad \dots\dots(36)$$

であり、 δ_s が $\Delta\delta_s$ だけ異った星については、

$$\begin{aligned} \Phi_{g2} &= -(D/C) \cdot \omega^0 \cdot \cos \delta_B \cdot \cos(\delta_s + \Delta\delta_s) \cdot \cos(L_s - L_B) \\ &\approx \Phi_{g1} + (D/C) \omega^0 \cdot \cos \delta_B \cdot \sin \delta_s \cdot \cos(L_s - L_B) \cdot \Delta\delta_s. \end{aligned} \quad \dots\dots(37)$$

37式の第2項が、

$$(D/C) \omega^0 \cdot \cos \delta_B \cdot \sin \delta_s \cdot \Delta\delta_s \approx \pi \quad \dots\dots(38)$$

のときは、 $\Delta\Phi_g$ が $-\pi$ から $+\pi$ まで1日周期で変わることになり、二つの電波星の強度が等しいと、相互相関が零になるときがある。すなわちコヒーレンスは零となるときがある。これは、コヒーレンスの周期的変化から電波星を分解できることにはかならない。その分解能は $\delta_B \approx 0, \delta_s \approx 30^\circ, D \approx 1000 \text{ km}$ 、周波数 3 GHz とすると、38式から 0.02 秒角である。もし、仮に D を地球の直径、周波数を 10 GHz とすると、分解能は 0.0005 秒角にも達する。もちろん、 S/N を良くすれば、37式の第2項は、更に小さい値のときでも周期変化を検出でき、分解能は、更に上ることになる。

6.3 基線ベクトルの測定

電波星の観測は、その位置がかなり正確に求められているから、測定量 τ_g 又は、 F_r から二つのアンテナを結ぶベクトル（基線ベクトル）を求めることができる。VLBIによる基線ベクトルの測定は、アンテナ間距離が非常に大きくなって τ_g から求める場合は距離に無関係な精度で求められ、 F_r より求める場合は、距離に比例して精度が向上するという利点をもっている。例えば、 τ_g を 10 分の数 ns の精度で測定すれば、アンテナ間距離が数千 km 以上であっても 10 cm 以下の高精度で距離を求めることができ、 F_r の測定の場合でもアンテナ間距離が数千 km の場合は同程度の精度が得られる。

まず、 τ_g 及び F_r を基線ベクトル (X_B, Y_B, Z_B) で表すことにする。ここで、 Z_B は地球の自転軸方向成分、 X_B は Z_B 方向に垂直で、地球中心とグリニッジ子午線が赤道と交わる点とを結ぶ方向の成分とし、 Y_B はこれらの二つの方向に垂直な成分である。

$$\tau_g = \frac{1}{C} [Z_B \sin \delta_s + \cos \delta_s \{X_B \cos(\alpha_G(t) - \alpha_s) - Y_B \sin(\alpha_G(t) - \alpha_s)\}], \quad \dots\dots(39)$$

$$\begin{aligned} F_r &= -\frac{\omega^e \omega^0}{C} [\cos \delta_s \{X_B \sin(\alpha_G(t) - \alpha_s) \\ &\quad + Y_B \cos(\alpha_G(t) - \alpha_s)\}] + 2\pi \cdot \Delta f_0. \end{aligned} \quad \dots\dots(40)$$

ここで $\omega^e, \Delta f_0$ は、それぞれ地球の自転角速度、両局のローカル周波数の差であり、 α_s 及び δ_s は観測する星の赤経及び赤緯である。また、 $\alpha_G(t)$ は観測時のグリニッジに対する赤経で、基線の経度 (λ_B 、赤道面に投影した基線方向より求まる。本特集号 3.1 (4) 式参照) と基線の赤経 ($\alpha_B(t)$) との間に、次の関係がある。

$$\alpha_G(t) = \alpha_B(t) - \lambda_B \quad \dots\dots(41)$$

λ_B は短時間では一定であるが、 $\alpha_B(t)$ は地球の自転に伴って、1日 2π ラジアン変化する。そこで各々の時刻における τ_g 又は、 F_r を測定することにより、 X_B, Y_B, Z_B 又は $X_B, Y_B, \Delta f_0$ を求めることができる。ここで、特に注意すべきことは、 τ_g からは X_B, Y_B, Z_B が全て求められ、したがって基線長及びその方向が求められるが、 F_r からは Z_B は求められない点である。

次に、実際に 39, 40 式から X_B, Y_B, Z_B を求める方法を述べる。測定される N 個の τ_g 及び F_r とこれらの予測値との差を t_{gi}, f_{ri} とすると、

$$F^T \cdot \begin{pmatrix} t_{g1} \\ t_{g2} \\ \vdots \\ t_{gi} \\ \vdots \\ t_{gN} \end{pmatrix} = F^T \cdot \begin{pmatrix} \left. \frac{\partial \tau_g}{\partial X} \right|_1 & \left. \frac{\partial \tau_g}{\partial Y} \right|_1 & \left. \frac{\partial \tau_g}{\partial Z} \right|_1 \\ \left. \frac{\partial \tau_g}{\partial X} \right|_2 & \left. \frac{\partial \tau_g}{\partial Y} \right|_2 & \left. \frac{\partial \tau_g}{\partial Z} \right|_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \left. \frac{\partial \tau_g}{\partial X} \right|_i & \left. \frac{\partial \tau_g}{\partial Y} \right|_i & \left. \frac{\partial \tau_g}{\partial Z} \right|_i \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \left. \frac{\partial \tau_g}{\partial X} \right|_N & \left. \frac{\partial \tau_g}{\partial Y} \right|_N & \left. \frac{\partial \tau_g}{\partial Z} \right|_N \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{pmatrix} \quad \dots\dots(42)$$

$$F^T \cdot \begin{pmatrix} f_{r1} \\ f_{r2} \\ \vdots \\ f_{ri} \\ \vdots \\ f_{rN} \end{pmatrix} = F^T \cdot \begin{pmatrix} \left. \frac{\partial F_r}{\partial X} \right|_1 & \left. \frac{\partial F_r}{\partial Y} \right|_1 & \left. \frac{\partial F_r}{\partial \Delta f} \right|_1 \\ \left. \frac{\partial F_r}{\partial X} \right|_2 & \left. \frac{\partial F_r}{\partial Y} \right|_2 & \left. \frac{\partial F_r}{\partial \Delta f} \right|_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \left. \frac{\partial F_r}{\partial X} \right|_i & \left. \frac{\partial F_r}{\partial Y} \right|_i & \left. \frac{\partial F_r}{\partial \Delta f} \right|_i \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \left. \frac{\partial F_r}{\partial X} \right|_N & \left. \frac{\partial F_r}{\partial Y} \right|_N & \left. \frac{\partial F_r}{\partial \Delta f} \right|_N \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta \Delta f \end{pmatrix} \quad \dots\dots(43)$$

ここで $\Delta X, \Delta Y, \Delta Z$ は予測値との差であり、 $\frac{\partial \tau_g}{\partial X} \Big|_i$ 及び $\frac{\partial F_r}{\partial X} \Big|_i$ 等に示される i は、 t_{gi} 及び f_{ri} の測定された時刻における値であり行列 F の要素である。42, 43 式から得られた $(\Delta X, \Delta Y, \Delta Z)$ 又は $(\Delta X, \Delta Y, \Delta \Delta f)$ を予測値に加えると、観測時の (X_B, Y_B, Z_B) 又は $(X_B, Y_B, \Delta f_0)$ が求められる。

本稿を書くにあたり、適切な御指導を頂いた船川前支所長、生島支所長、川尻室長並びに有意義な討論して下さい、第二宇宙通信研究室の方々に心から感謝いたします。また、細部にわたって検討し、実験及びシミューションをして下さった、第三宇宙通信研究室の方々に厚く御礼申し上げます。

参 考 文 献

- (1) J. B. Thomas. : "An Analysis of Long Baseline Radio Interferometry", Deep Space Network Progress Report, Technical Memorandum 32-1526, **VII**, 15 Feb. 1972.
- (2) J. B. Thomas. ; "An Analysis of Long Baseline Radio Interferometry, Part II", Deep Space Network Progress Report, Technical Report 32-1526, **VIII**, 15 Apr. 1972.
- (3) 土屋淳, 松波直幸, 中嶋浩一; "長基線干渉計の測地・位置天文学的利用(上)" 天文月報, **68**, No. 4, pp.79-84, 1975.
- (4) Rogers A.E.E. ; "Vely long baseline interferometry with large effective bandwidth for phase delay measurements" Radio Science, **5**, No. 10, 1239-1247, oct., 1970.
- (5) Ramasastry J., Rosenbaum B., Michelini R. D., Frost D., Ross S. and Boornazian A., "Tracking of ATS-3 synchronous satellite by the very long baseline interferometer (VLBI) technique", NASA/GSFC X-553-72-290, July, 1972.
- (6) 平林久; "天体物理に与えたVLBI 8年間の影響", 天文月報, **68**, No. 5, pp. 151-156, 1975.

