

### III-4. 折り返し雑音の影響とその補正

吉野 泰造\* 河野 宣之\*\* 川口 則幸\*\*\*

#### CORRECTION FOR AN ALIASING NOISE

By

Taizoh YOSHINO, Nobuyuki KAWANO and Noriyuki KAWAGUCHI

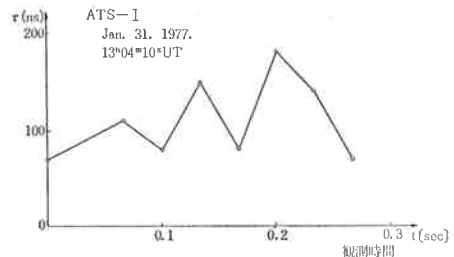
#### 1. ま え が き

昭和52年1月～2月に行われた、国内初のVLBI実験は一応の成功を見たが、今回の実験は基礎技術の確立を目的としており、現システムの問題点を見出し、明確化することも大きな意味をもっている。

さて、実験後のデータ処理によって発見された問題の中に、「折り返し雑音」と呼ばれるものがあった。これは、入力信号をサンプルする際、シャノンのサンプリング定理における信号の、完全な帯域制限が満足されないために生じたものである。さらに、この現象はVLBIデータ処理における相互相関の位相スペクトルに影響を及ぼし、最終的な幾何学的遅延時間( $\tau_g$ )の精密決定に大きな影響を与える。このため取得したデータに補正を加えて、この問題の解決を図った。その影響を定量的に知るため、折り返し雑音のスペクトルを支配すると考えられる、IFコンバータ(II-1. システムの紹介, 参照)の電力と、位相のスペクトルをまず測定した。これらを参考に、 $\tau_g$ の決定プログラムを修正し、折り返し雑音に対する補正を行った。その結果、未補正の場合  $\pm 50$  nsであった $\tau_g$ の決定精度が  $\pm 5$  nsを達成した。また、完全な補正を目指して、周波数変換部を含むIFコンバータの絶対位相特性の測定方法を開拓したので、併せて報告する。

#### 2. 経 過

データ処理した結果は、第1図に示すように遅延時間 $\tau$ が折り返し補正をする以前では100ns以上ばらついているが、0.3秒といった短時間には衛星(ATS-1)が激しく振動しない、という点を考慮すると、データのばらつきと解釈せざるをえない。しかし、この分散の大きさは当初、計算機シミュレーションによって予想され



第1図 未補正の遅延時間の変化 ( $\tau$ は267700(ns)が基準)

たものより、はるかに大きな値となっており、システムの再検討がなされた。

まず、相互相関スペクトルの電力特性と位相特性の形が、時間的に観察すると周期的に変動しており、また、双方の特性の高域に、その特徴がよく現れていた。これらの点から受信系の帯域幅に着目した。

現在のシステムは、米国で開発された Mark-II 方式<sup>(1)</sup>に準じており、VTRの記録性能から受信帯域幅は、2MHzにとられている。4GHz帯の所望信号を周波数変換していく過程の最終段にあって、2MHzの帯域幅を決定する両局のIFコンバータについて、周波数に対する電力特性と位相特性を測定した。その結果、フィルターのエッジの切れが鈍く、電力特性の2MHz以上の値が予想以上に大きく出た。しかし、サンプル速度は4MHzであることから、サンプリング定理の条件が満足されないため生ずる、いわゆる折り返し雑音の影響が、上記の現象を呈したことがわかった。そこで、IFコンバータのハード的な特性を考慮に入れ、相互相関の位相スペクトルが直線をなす性質を利用し、折り返し雑音を補正した。その結果、当初予定していた $\tau_g$ の決定精度( $< 10$  ns)を十分達成することができた。

#### 3. 理論的背景

##### 3.1 VLBIデータ処理の基本<sup>(2)</sup>

以下に、遅延時間の精密決定方法を簡単に述べる。

\*鹿島支所 第三宇宙通信研究室

2局の受信信号,  $x(t)$ ,  $y(t)$  は, 同一電波源から発射されたものであるため, これらは, 互いに他を時間的にシフトさせたもので,

$$y(t) = x(t - \tau_g) \quad \dots\dots(1)$$

の関係にある。(1)式両辺をフーリエ変換すると,

$$Y(\omega) = X(\omega) e^{-j\omega\tau_g} \quad \dots\dots(2)$$

ここに,  $\mathcal{F}[x(t)] = X(\omega)$  ( $\mathcal{F}$  は, フーリエ変換)

$$\mathcal{F}[y(t)] = Y(\omega)$$

である。

2局のローカル発振器の周波数と位相を各々,  $\omega_x$ ,  $\phi_x$ ,  $\omega_y$ ,  $\phi_y$  とすると, これを mix して上側波帯をとると,

$$X(\omega) = x(\omega + \omega_x) e^{-j\phi_x} \quad \dots\dots(3)$$

$$Y(\omega) = y(\omega + \omega_y) e^{-j\phi_y} \quad \dots\dots(4)$$

となる。以上を用いて導かれる相互相関スペクトルは, 時刻同期誤差, 局内遅延時間を合わせて考えると,

$$\begin{aligned} S_{xy}(\omega) &= X(\omega) Y^*(\omega) \\ &= S_{xx}(\omega') \exp[j\{\theta + \omega^0(\tau_g + \tau_e + \tau_i) \\ &\quad + \tau_i\} + \omega(\tau_g + \tau_e + \tau_i)] \quad \dots\dots(5) \end{aligned}$$

ここに,  $\omega' = \omega + \omega^0$ ; radio frequency

$\omega$ : video frequency

$S_{xx}(\omega') = x(\omega') x^*(\omega')$ : 自己相関関数の電力特性

$$\theta = \phi_y - \phi_x + (\omega_y - \omega_x)t$$

$\phi_y - \phi_x$ : ローカル発振器の位相差

$\omega_y - \omega_x$ : 周波数設定誤差

$$\omega^0 = \omega_x \simeq \omega_y$$

$\tau_e$ : 時刻同期誤差

$\tau_i$ : 局内遅延時間

である。

$S_{xy}(\omega)$  の位相項の  $\theta$  及び  $\omega^0(\tau_g + \tau_e + \tau_i)$  は, 短時間積分において, あるいは長時間の積分でもフリンジ・ストップピング (I-2. VLB I の原理参照) の手法によって, 一定と考えられるから,

$$\begin{aligned} \arg[S_{xy}(\omega)] &= \{\theta + \omega^0(\tau_g + \tau_e + \tau_i)\} + \omega(\tau_g + \tau_e + \tau_i) \\ &= \theta + \omega(\tau_g + \tau_e + \tau_i) \quad \dots\dots(6) \end{aligned}$$

と表すと, 相互相関の位相特性において, (6)式は  $\omega$  に関して, 切片が  $\theta$ , 傾きが  $(\tau_g + \tau_e + \tau_i)$  の1次関数となる。したがって, この傾きを知り, III-2. の時刻比較と, III-3. 局内遅延時間測定に述べられている方法で  $\tau_e$  及び  $\tau_i$  を知れば,  $\tau_g$  が求まる。

実際の手法では, 相互相関の段階で  $(\tau_g + \tau_e + \tau_i)$  から1ビット (ここでは1ビット=250 ns) の整数倍の値を差し引き, 位相特性の傾きを250 ns 以下に追い込んから, 精密な  $\tau_g$  を決定する。以上のように,  $\tau_g$  の決定において, 帯域内の位相特性は重要な役割を果たしている。

### 3.2 折り返し雑音<sup>(3)</sup>

最高周波数が  $f_m$  Hz の信号  $x(t)$  を,  $2f_a$  Hz でサンプリングした時の時系列を  $x_k(t)$  とすると,

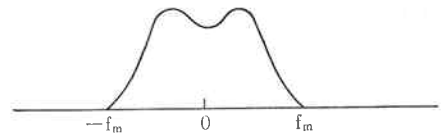
$$x_k(t) = \frac{1}{2f_a} \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(t) \delta\left(t - \frac{k}{2f_a}\right) \quad \dots\dots(7)$$

である。

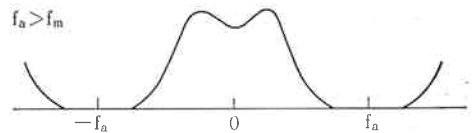
$x_k(t)$  と  $x(t)$  のフーリエ変換をそれぞれ,  $X_k(\omega)$  及び  $X(\omega)$  とおくと, この二つの関数の関係は, 次のようになる<sup>(4)</sup>。

$$\begin{aligned} X_k(\omega) &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} X(\omega + 4k\pi f_a) \\ &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} X[2\pi(f + k \cdot 2f_a)] \quad \dots\dots(8) \end{aligned}$$

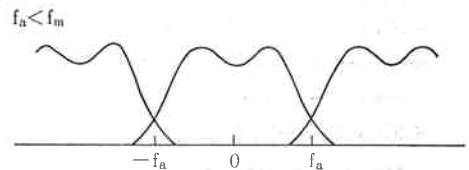
(8)式より, サンプルした信号のスペクトルは, 第2図のように, 原信号スペクトルが周波数軸上で繰り返されていることが理解できる。したがって, 第2図(c)に示したように,  $f_a < f_m$  の場合, 理想LPFで  $|f| < f_a$  の範囲を抽出すると, 端が折り重なっているため, そのスペ



(a) 原信号のスペクトル

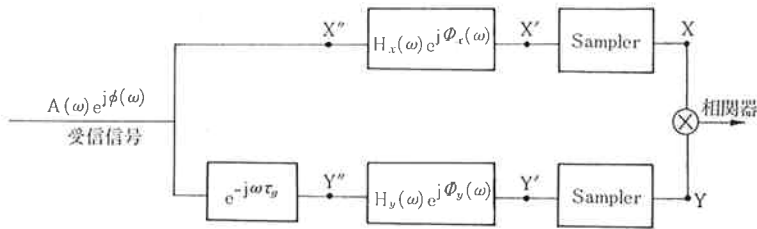


(b) サンプル後のスペクトル ( $f_a > f_m$ )



(c) サンプル後のスペクトル ( $f_a < f_m$ )

第2図  $f_m$  Hz 以下に帯域制限された信号とそのサンプリング信号のスペクトル (サンプリング周波数:  $2f_a$  Hz)



第3図 V L B I の簡略化システム図

(この図では周波数遅延は無視されている。X''~X', Y''~Y' は I F コンバータに対応する。なお、A(\omega), \phi(\omega) は、受信信号のパワースペクトル、位相スペクトルを、H\_x(\omega), \Phi\_x(\omega) は、伝達関数のパワースペクトル、位相スペクトルを示す。H\_y(\omega), \Phi\_y(\omega) も同様)

クトルは原信号のものとは異なる。この誤差を折り返し雑音と呼ぶ。

第3図は、信号スペクトルに着目して、実際のシステムを簡略化して書いたものである。

第3図において、点 X' における信号の振幅成分と位相成分をまとめて、

$$A(\omega)H_x(\omega)e^{j\{\phi(\omega)+\Phi_x(\omega)\}} \equiv S_x(\omega)e^{j\psi_x(\omega)}$$

点 Y' における信号も、

$$A(\omega)H_y(\omega)e^{j\{\phi(\omega)+\Phi_y(\omega)\}}e^{-j\omega\tau_g} \equiv S_y(\omega)e^{j\psi_y(\omega)}e^{-j\omega\tau_g}$$

と表現すると、点 X では、

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} S_x(\omega+2k\omega_a)e^{j\psi_x(\omega+2k\omega_a)}$$

点 Y では、

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} S_y(\omega+2k\omega_a)e^{j\psi_y(\omega+2k\omega_a)}e^{-j(\omega+2k\omega_a)\tau_g}$$

となる。

しかし、問題となるのは、0~\omega\_a の範囲であるから、k=0, -1 をとり、点 X では、

$$S_x(\omega)e^{j\psi_x(\omega)} + S_x(\omega-2\omega_a)e^{j\psi_x(\omega-2\omega_a)}$$

点 Y では、

$$S_y(\omega)e^{j\psi_y(\omega)}e^{-j\omega\tau_g} + S_y(\omega-2\omega_a)e^{j\psi_y(\omega-2\omega_a)}e^{-j(\omega-2\omega_a)\tau_g}$$

を考える。この2信号の相互相関スペクトルは、

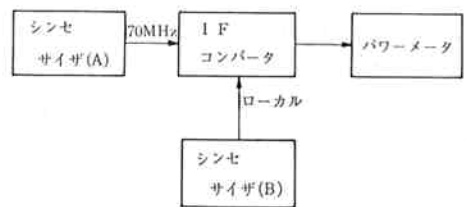
$$\begin{aligned} & [S_x(\omega)e^{j\psi_x(\omega)} + S_x(\omega-2\omega_a)e^{j\psi_x(\omega-2\omega_a)}] \\ & \times [S_y(\omega)e^{j\psi_y(\omega)}e^{-j\omega\tau_g} \\ & + S_y(\omega-2\omega_a)e^{j\psi_y(\omega-2\omega_a)}e^{-j(\omega-2\omega_a)\tau_g}]^* \\ & = S_x(\omega)S_y(\omega)\exp[j\{\Phi_x(\omega)-\Phi_y(\omega)+\omega\tau_g\}] \\ & + S_x(\omega-2\omega_a)S_y(\omega-2\omega_a)\exp[j\{\Phi_x(\omega-2\omega_a) \\ & -\Phi_y(\omega-2\omega_a)+(\omega-2\omega_a)\tau_g\}] \\ & + S_x(\omega)S_y(\omega-2\omega_a)\exp[j\{\Phi_x(\omega) \\ & -\Phi_y(\omega-2\omega_a)+(\omega-2\omega_a)\tau_g\}] \\ & + S_x(\omega-2\omega_a)S_y(\omega)\exp[j\{\Phi_x(\omega-2\omega_a) \\ & -\Phi_y(\omega)+\omega\tau_g\}] \dots\dots(9) \end{aligned}$$

であり、第1項の原信号スペクトルを求めるためには、第2~4項を除去すればよいことがわかる。

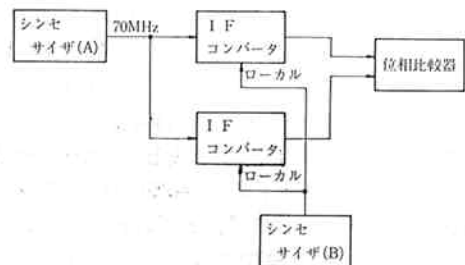
### 4. 折り返し雑音の補正方法

#### 4.1 I F コンバータの特性測定

到来電波は、受信機内で、イメージ周波数の除去と規定帯域の確保のため、周波数変換に伴い、初段から徐々に帯域を狭め、シャープなフィルタをかけられる。公称受信帯域幅 2 MHz を、最終的に決定する I F コンバータの周波数特性は、折り返し雑音を定量的に知るため、最も重要であり、I F コンバータの特性を、近似的に受信機の特性に等しいと考えた。また、(9)式の第3項、第4項は、各々の I F コンバータの絶対位相特性を必要とするが、この測定は困難を伴うため、I F コンバータの相対位相特性がパラメータとなる第2項のみを補正項として作用させることにした。このため、I F コンバータの周波数に対する電力特性と位相特性を、第4図の要領で測定した。

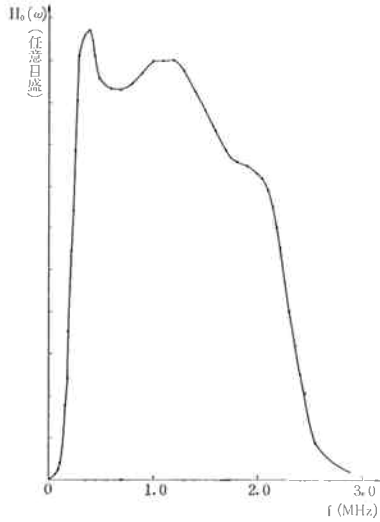


(a) 電力特性

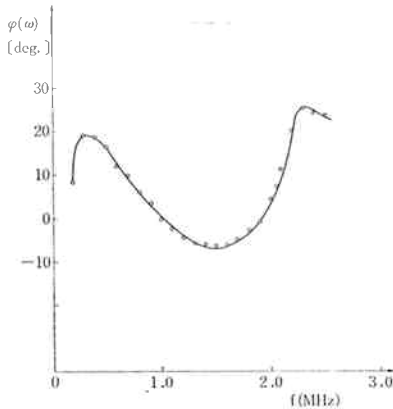


(b) 位相特性

第4図 I F コンバータの測定回路



第5図(a) I Fコンバータの電力特性 (リニア)



第5図(b) I Fコンバータの相対位相特性

(a)の電力特性測定では、Aのシンセサイザの発振周波数を変え、I Fコンバータの出力をパワーメータで読みとった。(b)の場合も同様に、Aのシンセサイザの発振周波数を変え、位相比較器出力を読みとった。また、電力特性は2台のI Fコンバータを単独に測定し、位相特性では2台の位相差の特性を測定した。

測定結果を、第5図(a),(b)に示した。ただし、(a)では2台の測定値の相乗平均を示した。この結果から、帯域内の平均電力密度に比して、10 dB低下する点は2.5 MHz以上であり、入力に白色雑音を仮定すると、折り返し雑音を生ずることは明らかである。

4.2 折り返し雑音補正のアルゴリズム

本章4.1で述べたように、(9)式第2項を、折り返し雑音の補正項と考え、具体的なパラメータを含んだ補正の原理式を求めると、(10)式ようになる。

$$S_{xy}(\omega) = S_{xx}(\omega)H_a(\omega)e^{js(\omega)} - S_{xx}(\omega - 2\omega_a)H_0(\omega - 2\omega_a)e^{js(\omega - 2\omega_a)} \dots (10)$$

ここに、  $\omega : 0 \sim \omega_a$

$H_0(\omega) : 2$ 台のI Fコンバータの電力特性の相乗平均を帯域内で正規化した値

$$s(\omega) = \theta + \varphi(\omega) + \omega(\tau_g + \tau_e + \tau_i - b_k \tau_s)$$

$\varphi(\omega) : 2$ 台のI Fコンバータの相対位相特性 ( $\Phi_x(\omega) - \Phi_y(\omega), \Phi_x(\omega - 2\omega_a) - \Phi_y(\omega - 2\omega_a)$ ) に対応

$b_k : \tau_g$ 精密決定のためのビット・シフトの数

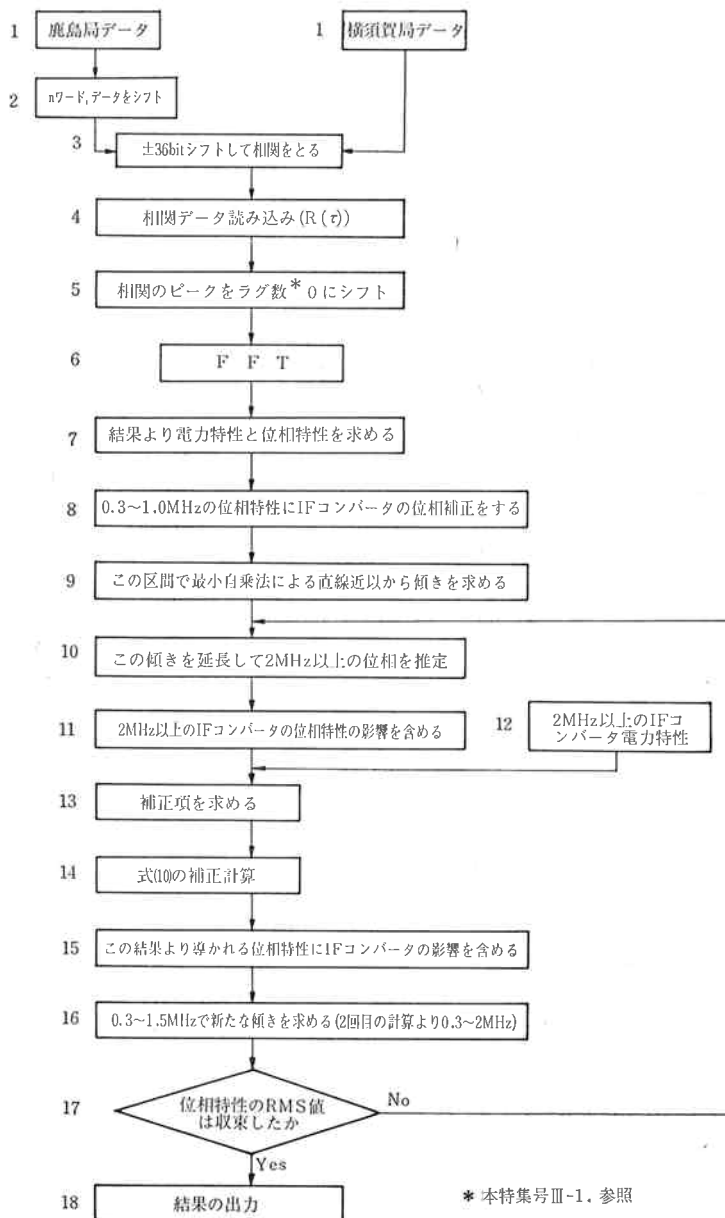
$\tau_s : 1$ ビット分の時間 (250 ns)。

次に、実際の補正手順を示すフローチャートを、第6図に示した。図中、ステップ8以降が、折り返し雑音補正のための操作である。ステップ8~9では、折り返し雑音の影響のない1 MHz以下の相互相関位相スペクトルに、I Fコンバータの位相特性を打ち消す方向の補正を加え、この区間で位相特性の傾きを決定する。ステップ10~14では、この傾きによって推定した2 MHz以上の位相特性と、I Fコンバータの2 MHz以上の電力特性から、(10)式第2項に相当する補正項を求める。ここでは、サンプリング入力の受信信号の電力特性を、I Fコンバータのそれと等しいと仮定している。こうして、ステップ7で求めた未補正のデータとの間で、(10)式に基づく補正計算を行う。ステップ15では、ステップ8と同様の位相補正を行い、ステップ16でこの結果に基づいた位相特性の、1.5 MHz以下の部分で新たな傾きを求める。ステップ17では、これによって2 MHz以下の位相特性のデータの偏差のRMS値が閾値以下になったか判定し、これを満足しない場合、ステップ10に帰って収束するまで演算を繰り返し、求められた全遅延時間を出力する。

4.3 結果

以上に述べたような方法で、補正した結果を、第7図に示す。このように補正前±50 ns程度みられた $\tau_g$ の偏差が、この補正により±5 ns程度に収束した。

また、補正前に得られた位相特性(第6図ではステップ7にあたる)の1例を、第8図に示した。この図で、1.5 MHz以上の特性に直線からの大きなずれが見られる。他のデータ処理によっても、これと同様の結果が多く見られることから、これが折り返し雑音の影響と見てよいであろう。4.1にも触れたように、I Fコンバータの電力特性が、帯域内平均電力密度から10 dB低下するのは2.5 MHz付近であり、この点を、2 MHz中心に折り返したとき1.5 MHzに対応することから、このような折り返し雑音の影響を無くするためには、I Fコンバータの電力



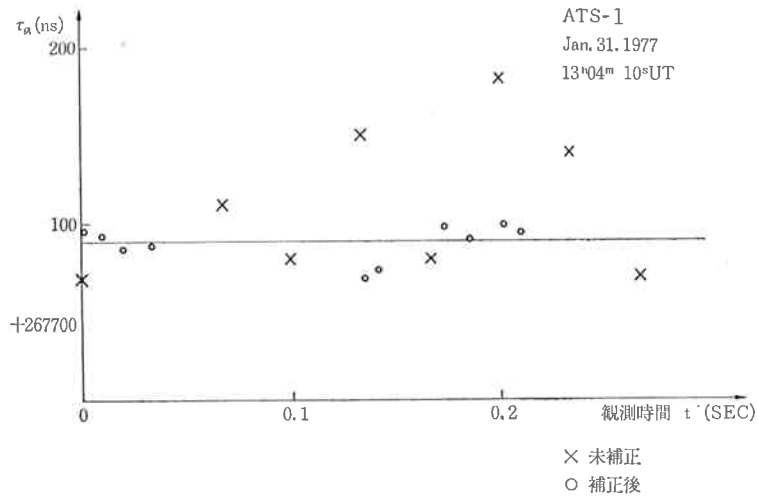
第6図 補正手順を含んだデータ処理の過程

特性において、2MHz以上では帯域内の平均電力密度に比べ、最低10dB低下させる必要があると推測される。

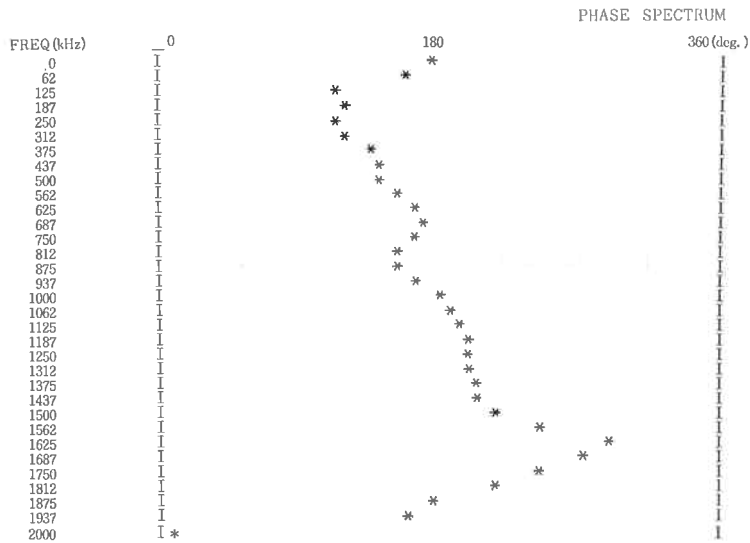
#### 4.4 折り返し雑音の完全補正

(10)式は、歪を受けたデータから折り返し部分を、単純に差し引けば原信号が回復できるという考えに立って書かれたものであり、ここでは、(9)式第3～4項の効果は無視しているが、以上のような成果を挙げられた点から、補正方法として一応評価されてよい。しかし、補正

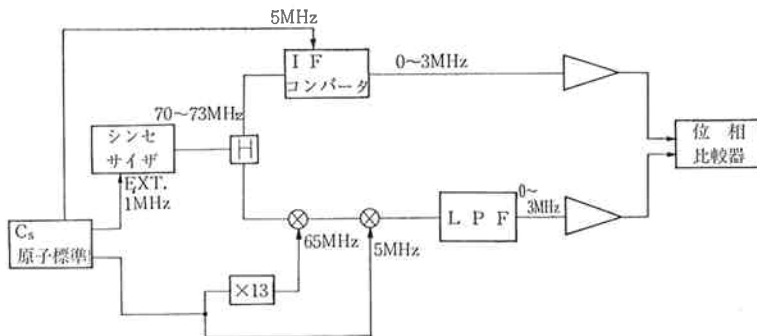
後の $\tau_g$ にも、まだ大きな偏差をみることがある。さらに高精度の補正を行う場合、この相互変調を除去しなければならない。(10)式では、 $s(\omega - 2\omega_a)$ において、2台のIFコンバータの2MHz以上における相対位相特性の折り返しを考えているが、(9)式第3～4項を考慮すると、相互相関をとる各々の量の電力特性、位相特性を知る必要がある。ここでは各々のIFコンバータの電力特性をとるのは容易であるが、位相特性については、従来、周波数変換回路の絶対位相測定方法についての報告



第7図 補正前と補正後の遅延時間の比較



第8図 補正前の相互相関スペクトルの位相特性



第9図 IFコンバータ絶対位相特性測定ブロック図

がないため、困難を伴う。そこで、第9図に、我々の考案した測定ブロック図を示し、完全補正の一助とする。この測定方法では、信号がミキサによって周波数変換される過程の複製を、もう1系統用意し、この二つの系統における位相差を位相比較器で測定する。このとき、シンセサイザ出力、ローカル部出力の位相はすべてコヒーレントであり、シンセサイザ出力周波数に対する位相が読みとれるようになっている。ここで求めた位相比較器の出力値に対し、別個に測定した各周波数でのLPF、ケーブル、増幅器の位相回転量を補正すれば、IFコンバータの絶対位相特性が決定される。

## 5. む す び

V L B Iにおいて、折り返し雑音を受けたときの補正方法を示した。ここでは、ハードウェアの伝達関数を知り本来の信号によってもたらされるパワースペクトル、位相スペクトルを求め、V L B Iによってもたらされる諸量が得られるようにした。また、サンプリング定理における信号の完全な帯域制限が満足されていれば、この補正は不要であるが、受信帯域幅を広くとり過ぎた際の

データの救済が可能となった点が重要であろう。

更に精密な補正には、IFコンバータ以前のRF系統の装置の周波数伝達関数を知り、(9)式第3～4項の効果も考慮することが必要である。

最後に、日ごろ御指導頂く生島支所長並びに第三宇宙通信研究室の川尻室長、また、本研究に御協力下さった高橋研究官、小池技官に深謝いたします。

## 参 考 文 献

- (1) B. G. Clark; "The NRAO Tape-Recorder Interferometer System", Proc. IEEE, **61**, No. 9. pp. 1242—1248, Sept. 1973.
- (2) A. E. E. Rogers; "Very long baseline interferometry with large effective bandwidth for phase-delay measurements", Radio Science, **5**, No. 10. pp. 1239—1247, Oct. 1970.
- (3) 城戸健一; "高速フーリエ変換とその応用", 電通学誌, **59**, No. 3, pp. 245—251. March. 1976.
- (4) A. Papoulis, The Fourier Integral and Its Applications, McGraw-Hill Book Company, 1962.

