

資料

3. 周波数標準

3(1). 高安定発振器の概説と超伝導空洞安定化発振器

小宮山 牧 児*

(昭和 54 年 9 月 26 日受理)

A REVIEW OF PRECISION OSCILLATORS AND SUPERCONDUCTING CAVITY STABILIZED OSCILLATORS

By

Bokuji KOMIYAMA

1. ま え が き

VLBI におけるリアルタイム信号処理システムの中で、受信系で用いられる幾つかのローカル信号の周波数安定度が最も重要なものとなる。

ここではまず、発振器の周波数安定度に制限を加える要因について概説し、次に VLBI 局のローカル発振器としての条件を満たす各種高安定発振器の現状を紹介するとともに、これらの高安定発振器から希望の周波数を得るための周波数合成技術について論じている。そして最後に、比較的新しい型の発振器である超伝導空洞安定化発振器について、その現状、問題点を検討している。

2. 高安定発振器の概説

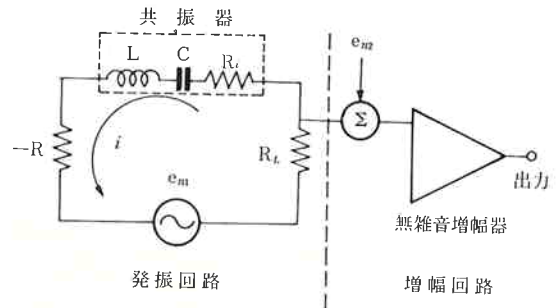
高安定発振器は、二つの型に大別できる。一つは、水晶発振器のような発振型のもで、他の一つは、Cs 標準のように自由励振の発振器を外部の受動的な周波数決定要素に周波数ロックしたものである。ここでは、それぞれの型について位相変動を与える要因について検討する。

2.1 発振型の位相変動

発振器は、一般に発振回路と増幅回路から成っており、第1図の等価回路で示すことができる。周波数ゆらぎはこの等価回路を用いて解析できるが、ゆらぎの要因として次の二つが考えられる^{(1), (2), (3)}。

- (A) 雑音により発振回路、増幅回路で発生する共振周波数の周りの周波数ゆらぎで、発振回路で熱雑音、ショット雑音により発生する perturbing noise, 増幅回路で発生する additive noise, それに f^{-1} FM 雑音がある。
- (B) 共振周波数それ自身のゆらぎ

* 周波数標準部 周波数標準値研究室



第1図 発振器の等価回路

A-1 Perturbing noise

第1図の発振回路で、 $-R$ は負性抵抗を示し、電流 i の関数となっている。また、 L, C, R_i で共振回路をなし、 R_L は負荷抵抗、 e_{n1} は雑音を示す。このとき、 $i(t)$ に関する方程式は次式となる。

$$L \frac{di}{dt} + (R_i + R_L - R)i + \frac{1}{C} \int idt = e_{n1}(t) \quad \dots\dots(1)$$

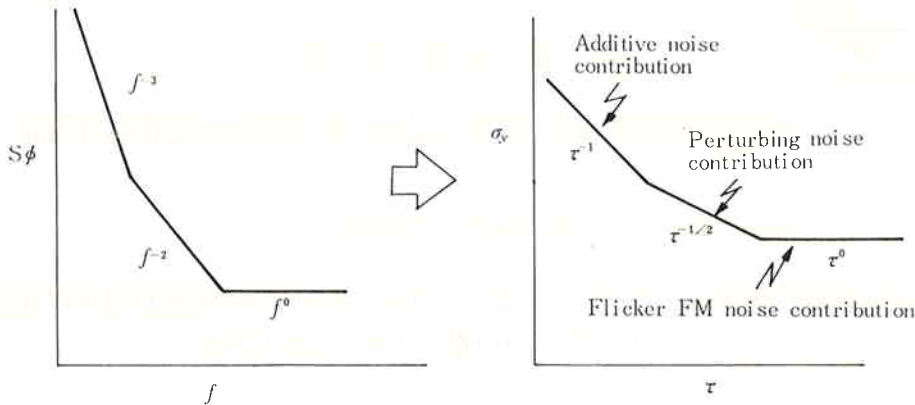
$e_{n1}(t)$ が帯域制限された白色雑音という仮定のもとに(1)式を解くと、その位相雑音スペクトラム $S_\phi(f)$ は、次式のように random walk となる⁽³⁾。

$$S_\phi(f) = \left(\frac{v_0}{f} \right)^2 \frac{kT}{2P_a Q_E Q_L} \quad \dots\dots(2)$$

ここで、 v_0 : 中心周波数、 f : フーリエ周波数、 k : ボルツマン定数、 T : 雑音温度、 P_a : 負荷への電力、 Q_E : 外部 Q 、 Q_L : 負荷 Q である。

A-2 Additive noise

増幅回路 (バッファアンプ、AGC 回路等を含む) で発生する位相雑音は、第1図に示すように、雑音のない増幅器と、入力で加算される雑音 e_{n2} で等価的に計算できる。 e_{n2} が狭帯域白色雑音とすると、位相雑音スペ



第2図 位相雑音スペクトラムと周波数安定度

クトラムは、

$$S_{\phi}(f) = \frac{kT'}{2P_a} \quad \dots\dots(3)$$

となる⁽³⁾。T' は、発振器からみた、回路の実効的な雑音温度である。

A-3 f⁻¹ noise

この雑音はフリッカ FM 雑音と呼ばれて、能動素子の f⁻¹ 雑音、あるいは電源等の変動により回路パラメータが変化し、その結果共振周波数がゆらぐためといわれているが、定量的な解析はあまりなされていない⁽⁴⁾、⁽⁵⁾。

以上、三つの雑音源による位相スペクトラムを図示すると、第2図(a)のようになる。また、S_φ がわかっていると周波数安定度 σ_y(τ) (τ: サンプル時間) は計算できて、第2図(b)のようになる。

ほとんどの発振器は、f⁻¹ FM 雑音のため、σ_y は一定になる。このときの σ_y の値を noise floor と呼ぶ。

(b) 共振周波数それ自身のゆらぎ

すべての発振器の周波数ゆらぎは、最終的には共振器の中心周波数のゆらぎにより決定される。ゆらぎの要因として、温度、共振器への入射電力、機械的変形等による周波数変化が含まれる。これらの要因による周波数ゆらぎも、f⁻¹ FM 雑音のような動きを示すため、A-3で論じた能動素子による f⁻¹ 雑音と区別できないのが実情である。

上述のように、発振器の周波数ゆらぎには、大別して二つの要因があるが、高安定の発振器の条件として、Q が大きいこと、S/N が良いこと、共振器の非直線性(種々の環境変化により、共振周波数が変化する割合を示す)が小さいこと、共振器の周りの環境が一定していること等が挙げられる。

このような高安定発振器の例として、水晶発振器、超伝導空洞安定化発振器(SCO)、水素メーザ等がある。

2.2 周波数ロック (FLL) を用いた発振器の位相変動

2.1で論じた active な発振器と異なり、より優れた passive な共振器を周波数弁別器として用い、その誤差信号で VCO (電圧制御発振器) を周波数ロックし、周波数安定度を改善する方式がしばしば用いられる⁽⁶⁾。この原理図を第3図に示す。共振器の中心周波数を Ω_r、公称値からのずれを ΔΩ_r(t)、VCO の中心周波数及びずれを Ω_r、ΔΩ₀(t) とする。これらは detector で比較され、出力 V_d(s) が得られる。

$$V_d(s) = K_d(s) [\Delta\Omega_r(s) - \Delta\Omega_0(s)] \quad \dots\dots(4)$$

ΔΩ_r(s)、ΔΩ₀(s) はラプラス変換を示す。FLL では、K_d(s) は定数である。V_n(s) は、VCO の内部雑音を示す。VCO の tuning rate を K₀ (Hz/volt) とすると、VCO の開ループ雑音 ΔΩ_n(s) は次式で与えられる。

$$\Delta\Omega_n(s) = K_0 V_n(s) \quad \dots\dots(5)$$

ループを閉じたとき、ΔΩ₀ は次のようになる。

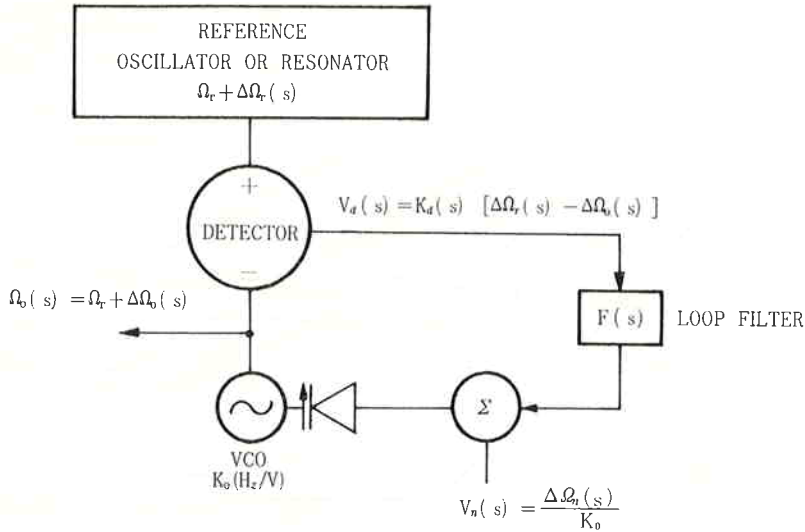
$$\Delta\Omega_0(s) = \frac{1}{1+G(s)} \Delta\Omega_n(s) + \frac{G(s)}{1+G(s)} \Delta\Omega_r(s) \quad \dots\dots(6)$$

ここで、G(s) = K₀K_d(s)F(s) は開ループ利得である。F(s) は、ループフィルタの伝達関数である。ΔΩ_n、ΔΩ_r が独立であるとする、FM 雑音スペクトラム S_{y0}(ω) は次式で与えられる。

$$S_{y0}(\omega) = \frac{1}{|1+G(j\omega)|^2} S_{yn}(\omega) + \left| \frac{G(j\omega)}{1+G(j\omega)} \right|^2 S_{yr}(\omega) \quad \dots\dots(7)$$

位相で示すと、φ(s) = ΔΩ(s)/S の関係式から

$$S_{\phi 0}(\omega) = \frac{1}{|1+G(j\omega)|^2} S_{\phi n}(\omega)$$



第3図 位相及び周波数ロックループ、文献(6)より引用

$$+ \left| \frac{G(j\omega)}{1+G(j\omega)} \right|^2 S_{\phi r}(\omega) \dots\dots(8)$$

が導かれる。

$|G(j\omega)|$ は、 ω が減少すると単調に増加するような関数であるので、FLL は、reference とループ内の雑音に対して低域フィルタとして働き、VCO の雑音に対しては、高域フィルタとして作用することがわかる。

$G(j\omega)$ は大きい方がそれだけ ϕ_n 成分を改善できるが、最大値は、maximum unity gain を与える周波数と、roll off によって決定される。

$G(j\omega) \rightarrow \infty$ とすると、 $S_{\phi o}(\omega) \doteq S_{\phi r}(\omega)$ となることからわかるように、この場合も終極の位相雑音は、resonator の共振周波数のゆらぎによって決定される。

この型の高安定発振器の例として、Cs 標準、 R_b 標準、passive なH標準、SCO 等がある。

以上、高安定発振器の周波数安定度について検討してきたが、Cs 標準のような周波数標準では、安定度はもちろんのことであるが、 Ω_r をいかに正確に決定し、再現できるかという要求が第一の条件として加わる。この意味で、水晶発振器や、SCO では Ω_r が機械的加工精度で決まるため、周波数標準とはなり得ない。

3. VLBI におけるローカル発振器への要求精度⁽⁷⁾

VLBI 局のローカル発振器に必要とされる条件として、次の3点が挙げられる。

- (1) 同期をとるための時刻信号が得られ、かつそれが数マイクロ秒以内で合っていること。
- (2) 約5時間にわたる観測時間(数個の電波源を含む一連の実験をするときに必要となる)で、時刻信号のオ

フセット誤差が $\pm 10^{-9}$ 秒以下であること。

- (3) 位相変動が十分小さいこと。通常1分内外であるコヒーレントタイム以内で、平均して少なくとも1rad 以下であること。

以上の条件のうち、(1)の条件は、これから述べる高安定信号源においては、現在の周波数合成技術とロランC電波等を用いれば容易に実現できるので、ここでは(2)と(3)の条件について検討する。

発振器の出力波形を次式で表す。

$$v = A_0 \cos[2\pi\nu_0 t + \phi(t)]$$

ここで、 A_0 : 振幅、 ν_0 : 中心周波数、 $\phi(t)$: 瞬時位相である。

いま、位相、周波数の変動成分を ν_0 で規格化したものをそれぞれ $x(t)$ 、 $y(t)$ とすると、

$$x(t) = \frac{\dot{\phi}(t)}{2\pi\nu_0}, \quad y(t) = \frac{\dot{\nu}(t)}{2\pi\nu_0} = \dot{x}(t) \dots\dots(9)$$

となる。

発振器の時間領域における周波数安定度は、 $\sigma_y(\tau)$ で定義されている。一方、VLBI では時刻信号の誤差がしばしば問題になる。(9)式からわかるように、 $x(t)$ は時刻の誤差そのものを表しているが、時刻の安定尺度として $\sigma_x(\tau)$ を次式で定義できる。

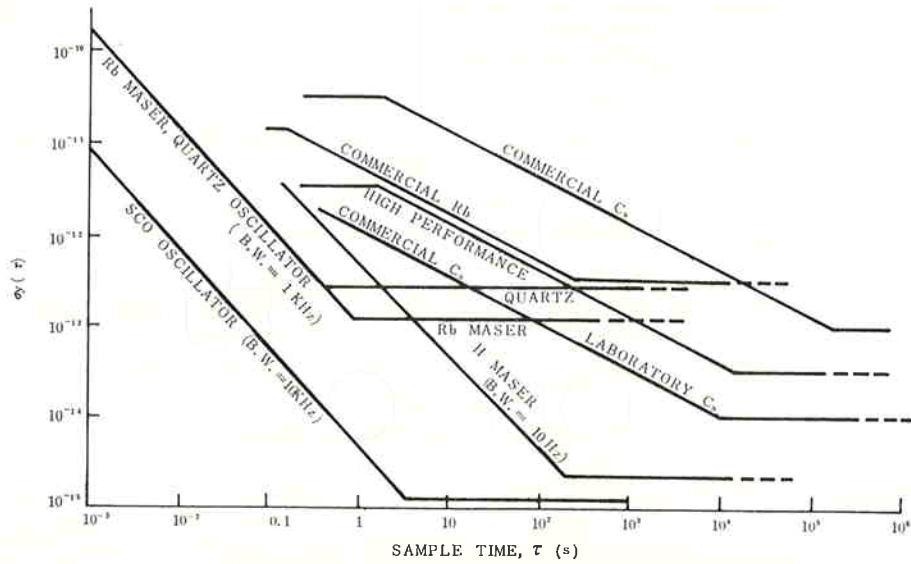
$$\sigma_x^2(\tau) = \tau^2 \sigma_y^2(\tau) \dots\dots(10)$$

また、位相ゆらぎ $\overline{\Delta\phi^2}$ は次式で予測できる。

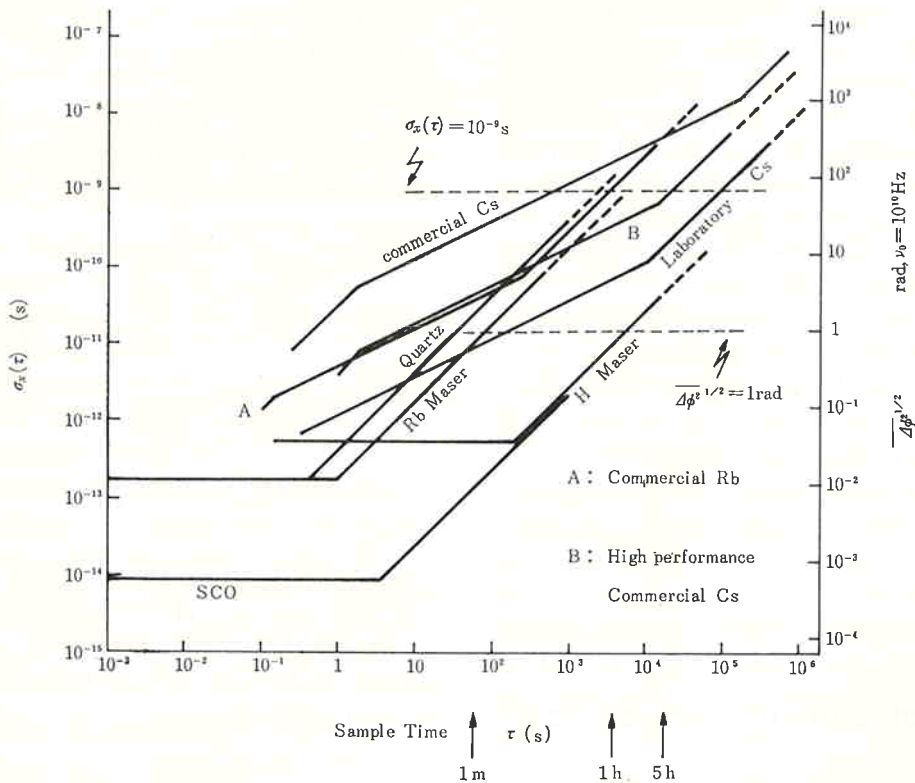
$$\overline{\Delta\phi^2} = 4\pi^2 \nu_0^2 \sigma_x^2(\tau) = 4\pi^2 \nu_0^2 \tau^2 \sigma_y^2(\tau) \dots\dots(11)$$

第4図に、各種高安定信号源の周波数安定度を示す⁽⁸⁾。先に述べた VLBI 局に必要な条件は、 $\sigma_x^2(\tau)$ 、 $\overline{\Delta\phi^2}$ を用いて次のように表すことができる。

- (2)の条件 $\rightarrow \tau = 1800$ 秒で $\sigma_x(\tau) \leq 10^{-9}$



第4図 種々の周波数標準の安定度の現状, 文献(8)より引用



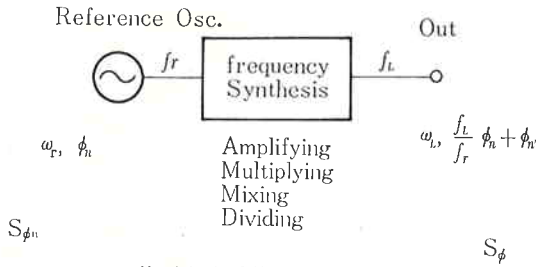
第5図 時刻及び位相のゆらぎ

(3)の条件→ $\tau=60$ 秒で $(\Delta\phi^2)^{1/2} \leq 1$ rad

第5図に, 各発振器について, 第4図から計算した $\sigma_w(\tau)$, $(\Delta\phi^2)^{1/2}$ を示す。ただし, $(\Delta\phi^2)^{1/2}$ を計算するときは, $\nu_0=10$ GHz とし, 通信等の周波数合成により,

元の $\sigma_y(\tau)$ は劣化しないものとしている。

第5図から, (2), (3)の条件を余裕をもって満足しているのは, Laboratory Cs, Hメーザ, それに長期の τ についてのデータは得られていないが, SCO の三つで



第6図 周波数合成ブロック図

あることがわかる。

1979年度から当所で推進中の新しい VLBI システム 5 年計画では、最終的に遅延時間の決定精度として 0.1 ns を目標としているが^{(9), (10)}、この場合ローカル発振器への要求は更に厳しいものとなる。

4. 標準と RF ローカルのリンク法

高安定信号源の出力周波数 f_r と、RF ローカル発振器の周波数 f_L は、一般に等しくないでなんらかの方法で高安定信号源の安定度を有して、かつその周波数が f_L となる信号を作る必要がある。これには大別して次の二つの方法が考えられる。

(1) 高安定信号源から直接周波数合成をして、希望の周波数を作る方式。

第6図にそのブロック図を示す。同図にあるように、周波数合成には、増幅、乗倍、混合、分周がある。

$\omega_r = 2\pi f_r$, $\omega_L = 2\pi f_L$, ϕ_n : reference の位相雑音, ϕ_n' : 周波数合成によって生じた位相雑音とすると、出力での位相雑音スペクトラム S_{ϕ} は、次式で与えられる。

$$S_{\phi} = \left(\frac{f_L}{f_r}\right)^2 S_{\phi n} + S_{\phi n'} \quad \dots\dots(12)$$

ただし、 ϕ_n と ϕ_n' は独立してある。

$S_{\phi n'}$ は、一般に f^{-1} PM 雑音と f^0 PM 雑音を含んでいる。このため短期安定度が悪くなることが多い⁽¹⁰⁾。

トランジスタを使用した増幅器、通倍器では、負帰還をかけることにより大幅に f^{-1} PM 雑音が低下することが報告されている^{(5), (11)}。 f^0 PM 雑音は、周波数合成に用いられる能動素子の雑音と RF 駆動電力によって決まる。

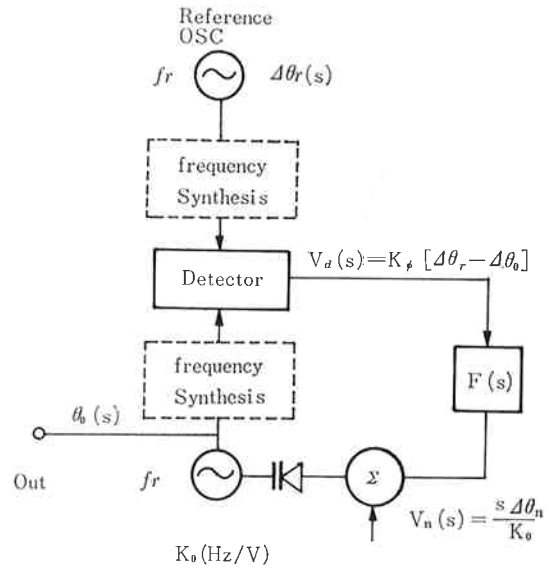
(2) ローカル発振器を標準に位相ロックする方式

第7図に位相ロックループ (PLL) のブロック図を示す。実際は、同図点線で示した周波数合成回路が、ローカル発振器である VCO、又は reference、あるいはその両方に入るが、ここでは簡単のため、 $f_L = f_r$ として出力の位相スペクトラムを計算する。

PLL の解析は、2.2 で論じている FLL の解析で、

$$K_d(s) = K_{\phi}/s \quad (K_{\phi}: \text{定数})$$

とおけば、全く同じように解くことができる⁽⁶⁾。



第7図 位相ロックループ

$\Delta\theta_0$, $\Delta\theta_r$ をそれぞれ VCO, reference の位相, $\Delta\theta_n$ を VCO の内部位相雑音とする。他のパラメータを第3図と同じとして、 $\Delta\theta_0(s)$ について解くと次のようになる。

$$\Delta\theta_0(s) = H(s)\Delta\theta_r(s) + [1-H(s)]\Delta\theta_n(s) \quad \dots\dots(13)$$

$$H(s) = \frac{K_0 K_{\phi} F(s)}{s + K_0 K_{\phi} F(s)} \quad \dots\dots(14)$$

$H(s)$ は低域フィルタの特性を示す。したがって、PLL は、VCO の位相雑音に対しては高域フィルタとなり、reference のそれに対しては低域フィルタとして作用する。

以上、二つの方式が単独に、あるいは併用されて用いられることが多いが、VLBI では比較的 τ の長いところでの σ_y が問題となるため、希望の安定度を有する周波数を得るのはそれほど困難ではないと思われる。

5. SCO の実際と問題点

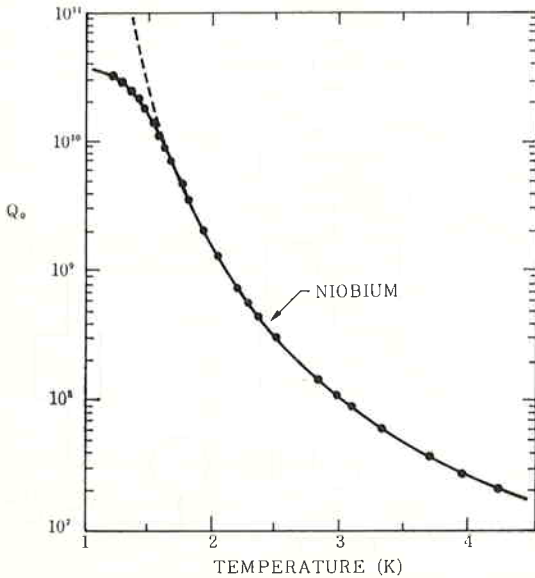
SCO は超伝導空洞共振器 (SC) の Q が、常温の空洞と比較してはるかに大きくなり得ることに着目して研究されている発振器である。

ここでは、2. で論じた周波数ゆらぎの要因を SCO について検討するとともに、VLBI への応用を考えた場合の問題点について付言する。

5.1 SC の共振器としての特性

スタンフォード大学で製作された SC について以下検討する⁽³⁾。

(i) SC の共振器としての特性。 空洞共振器の Q は、表面抵抗を R とすると次式で与えられる。ただし、 Γ はモードにより決まる定数である。



第8図 X-バンド TM₀₁₀ モード Nb 空洞の無負荷 Q, 文献(3)より引用

$$Q = \Gamma / R \quad \dots\dots(15)$$

マイクロ波帯では、理想的な超伝導体の表面抵抗は臨界温度 (T_c) 以下では指数関数的に減少する。

しかし、実際の空洞共振器では、残留抵抗のためこの性質は零温度まで保たれず、ある温度以下では共振器の Q は飽和値に達する。第8図に、8.6 GHz, TM₀₁₀ Nb 空洞の Q の測定例を示す。

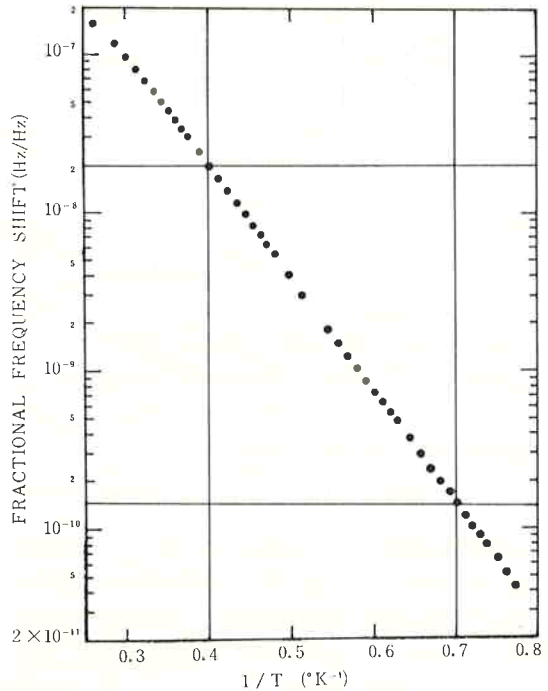
SC では、機械的結合部のわずかな不完全性、少量の不純物、表面の酸化膜等が Q を著しく低下させる。高安定発振器の応用に有望視されている材料として、Nb ($T_c=9.25\text{K}$) と Pb ($T_c=7.2\text{K}$) を挙げることができる。

これらの超伝導材料の最良の加工法はまだ定まっていないが、スタンフォード大学では、バルクの Nb から機械加工したものを電子ビーム溶接し、化学研摩、超高真空加熱処理により製作し、8.6 GHz, TM₀₁₀ 空洞で、 $Q \approx 10^{11}$ を報告している。これは現在のところ、SC で得られた最高の Q である。

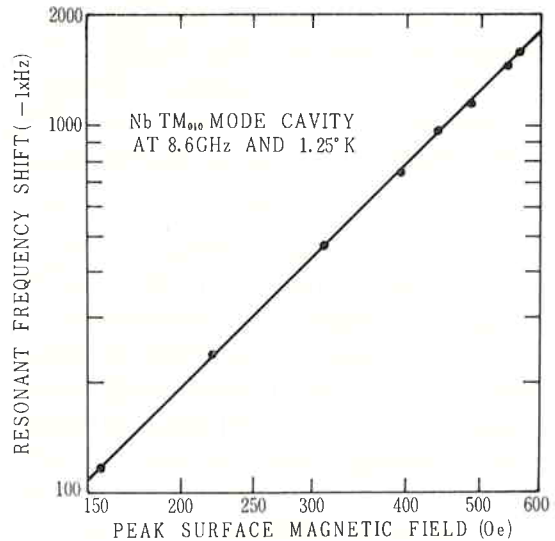
最近では T_c が 18~23K と高い A15 化合物 (Nb₃Sb, Nb₃Al, Nb₃Ga, Nb₃Ge) による SC の製作が研究され始めており、Nb₃Sn 膜で製作した SC で、4.2K において、 $Q_0 \sim 10^9$ が報告されている⁽¹²⁾。

(ii) SC の共振周波数のゆらぎ。この要因として、温度、入射電力、機械的変形等による周波数変化が含まれる。

○温度による影響。熱膨張・収縮による機械長、電気長の変化と、高周波磁場の侵入長の温度依存性が



第9図 X-バンド TM₀₁₀ モード Nb 空洞の中心周波数の温度依存性, 文献(3)より引用



第10図 X-バンド TM₀₁₀ モード Nb 空洞の中心周波数の磁界依存性, 文献(3)より引用

もたらす実効的な電気長の変化により共振周波数が推移する。

侵入長は温度に対して指数関数的に変化し、1K 以上では周波数変化の主要な原因となる。第9図に温度による周波数の変化を示す。周波数変化率は、1.75K で $6 \times 10^{-9}/\text{K}$ 、1.3K で $4 \times 10^{-9}/\text{K}$ である。

デュワー内に収納された真空容器の中は、極めて優れた温度制御が可能であり、Steinらは、 10^{-5} K/weekのドリフトを実験している。

○入射電力による影響。 空洞内の電磁界による輻射圧及び表面リアクタンスの電磁界依存性により周波数が変化する。

第10図は、強磁界における周波数変化を示している。 10^{-7} Jの蓄積エネルギーのときに、 10^{-11} の周波数変化率が報告されている。

○振動による影響。 床の振動、デュワー内の寒剤の沸騰によるSCの弾性変形が、共振周波数の変動となる。

$\tau=0.01\text{m}\sim 10\text{s}$ の間では、この振動により周波数安定度が制限されている。

○その他。 重力による機械的歪みの影響がある。

(iii) 能動素子の雑音によるSCOの位相変動

○Perturbing noise (2)式で、 $Q_E=10^{10}$, $Q_L=5\times 10^9$, $P_a=10^{-3}\text{W}$, $\nu_0=9.2\times 10^9\text{Hz}$, $T=1\text{K}$ とすると、

$$S_\phi=10^{-20}/f^2$$

となる。

実際の発振器では、能動素子の雑音により、 T は、 $20\text{K}\sim 10^4\text{K}$ の値をとる。

○additive noise. (3)式で、 $T^v=300\text{K}$, $P_a=10^{-3}\text{W}$ とすると、

$$S_\phi=2\times 10^{-8}$$

となり、この計算例では、 $f>0.07\text{Hz}$ では、additive noiseにより位相雑音が支配される。

同じ数値例で、周波数安定度を計算すると、

$$\sigma_y(\tau)=\left[\left(\frac{8.3\times 10^{-21}}{\tau^{1/2}}\right)^2+\left(\frac{4.3\times 10^{-20}}{\tau}f_h\right)^2\right]^{1/2}$$

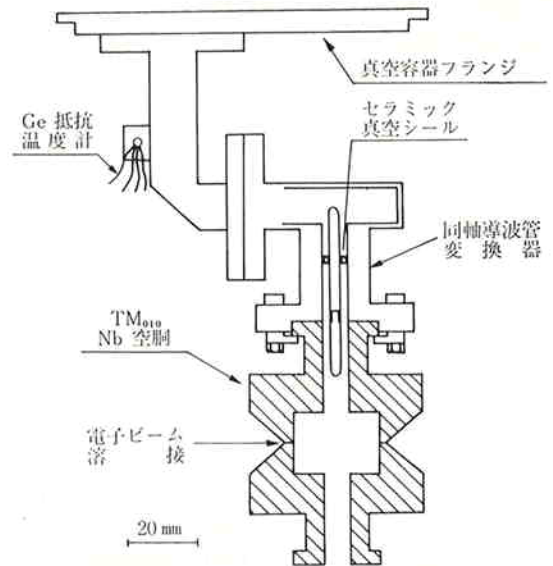
となる。 f_h は測定系のバンド幅である。

5.2 SCOの各種方式

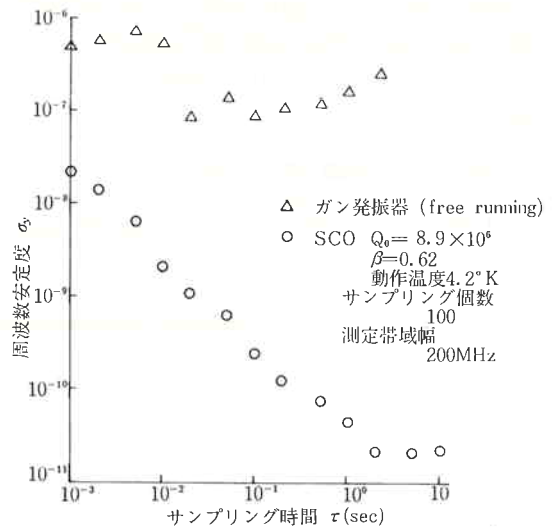
SCOは、これまで種々の方式で試みられてきているが⁽¹³⁾、最高の周波数安定度を有するSCOは、2.2で論じている方式、すなわち、SCを周波数弁別器として用いた方式で実現されている。

これはスタンフォード大学でなされたもので、Nbから加工した、 $Q_L=10^{10}$, 8.6GHz, TM_{010} のSCでガン発振器を安定化し、 $\tau=10\sim 10^3\text{s}$ で、noise floor 6×10^{-16} 、ドリフト $\pm 2\times 10^{-13}/\text{day}$ が報告されている⁽¹⁴⁾。このnoise floorの値は、現存する発振器の中で最高の安定度である。

当所でも、1976年度からSCOの開発に着手している。その結果を第11~12図に示す⁽¹⁵⁾。空洞は第11図に示すように、Nbの丸棒から削り出し、中央で電子ビ



第11図 Nb 空洞断面図及びそのマウント



第12図 SCO及び安定化前のガン発振器の周波数安定度、 β はSCの結合係数である

ーム溶接したものである。表面処理は化学研磨だけにとどめている。4.2Kで無負荷 $Q\approx 10^7$ を得ている。共振周波数は9.28GHzである。このSCを周波数弁別器として使い、ガン発振器を安定化したときの周波数安定度の測定結果が第12図である。 $\tau\geq 2\text{sec}$ で $\sigma_y=2.2\times 10^{-11}$ のnoise floorに達している。

Steinらは現在、ヘリウム温度で動作するパラメトリック増幅器を負性抵抗素子として用いたSCOの研究に着手し、更に信号純度の良好な発振器を研究している⁽³⁾。

5.3 SCOの応用及びまとめ

SCO は、その短期安定度が優れているため、換言すると信号の純度の良いことから種々の応用が考えられているが、VLBI への応用の観点から問題点を挙げると以下のようなになる。

- (1) $\tau > 10^3$ s となるとドリフトの影響が出てくるため、他の周波数標準にロックする必要がある。
このためには、SC の共振周波数を、 Q を劣化させることなく電氣的に微調できるような空洞の設計が必要になる。
- (2) Nb の SC で、 $Q \approx 10^{10}$ を得るには、1.6K 以下に冷却する必要がある。このため、ヘリウム蒸気圧を下げるための大排気量のポンプが必要になり、装置が大型になる。4.2K で Q が十分高く、非直線性の小さい SC が開発されると、温度コントロールが容易になり、装置の小型化が期待できる。この意味で、A15 化合物による SC の研究は、興味をもたれる。
これまで述べてきたように、SCO の高安定性は、主として高い Q 、小さい非直線性、高い動作周波数、そして高安定なデューワー内の環境に起因している。将来、機械的振動の軽減、周波数制御系の雑音の軽減、更に $Q_L \approx 10^{11}$ 台にすると、 $\sigma_y = 1 \times 10^{-16}$ は達成できるものと思われる。

参考文献

- (1) Cutler, L.S., *et al.*; Proc. IEEE, 54, No. 2, p. 136, Feb. 1966.
- (2) Kurokawa, K.; IEEE Trans. MTT-16, p. 234, Apr. 1968.
- (3) Stein, S.R.; Proc 29th Ann. Symp. Frequency Control, p. 321, 1975.
- (4) Leeson, D.B.; Proc. IEEE, 54, p. 239, Feb. 1966.
- (5) 小宮山ほか; 信学論(B), 60-B, March, 1977.
- (6) Stein, S.R., *et al.*; Proc. 10th PTTI, p. 17, Nov. 1978.
- (7) 小宮山ほか; 電波研季報, 24, No. 130, Sep. 1978.
- (8) Allan, D.W.; Proc. Symposium on $1/f$ fluctuations. July, 1977.
- (9) 河野ほか; 第 213 回研究談話会資料, March, 1979.
- (10) 川尻; 第 57 回研究発表会資料, 昭和 54 年 11 月。
- (11) 電気学会技術報告(II)部; 41, 昭和 51 年 2 月。
- (12) Halford, D., *et al.*; Proc. 22nd Ann. Symp. Frequency Control, p. 340, April 1968.
- (13) Hillenbrand, B., *et al.*, IEEE Trans. Mag-13, 49, 1977.
- (14) Jimenes, J.J., *et al.*; Proc. 27th Ann. Symp. Frequency Control p. 406, 1973.
- (15) Stein, S.R., *et al.*; Proc. IEEE 63, p. 1249, Aug. 1975.
- (16) 小宮山ほか; 昭 53 信学光・電波全大.

