

## 資料

## 8. VLBI データの大量処理

松本和良\*

(昭和 54 年 9 月 19 日受理)

## PRE-PLOCESSING OF VLBI DATA

By

Kazuyoshi MATSUMOTO

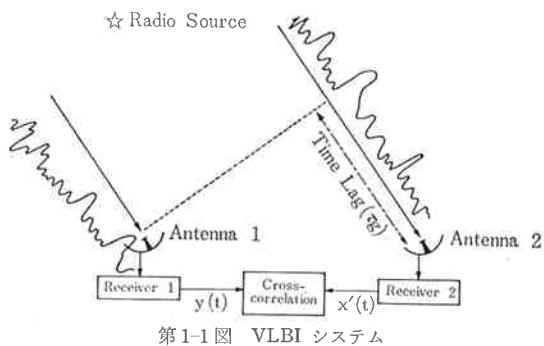
## 1. はじめに

VLBI システムとは遠く離れた 2 地点のアンテナでもって天空電波源からの電波を同時受信するシステムのことである。このシステムから出力されたデータを長時間にわたって相関処理して 2 地点間の受信電波の到来時間差を求める。この到来時間差より、電波源の位置や 2 地点間の距離を決定することが本システムの目的である。したがって、大量データを正確に相関処理する技法を検討する必要がある。更に、データの大量性ゆえに、取得データのハンドリングについても効率的・組織的に構成する必要がある。

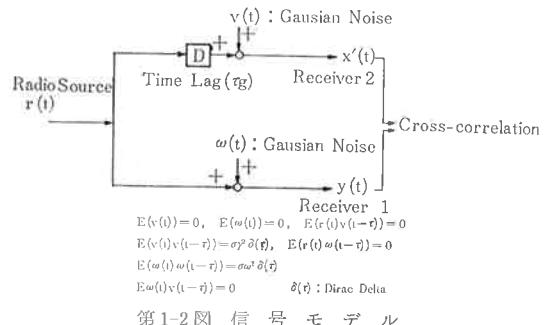
本論では、VLBI データの相関処理①相互相関関数、②バンド幅合成、③フリンジストッピング、④白色化処理について論議する。更に、実験データの効率的取得・蓄積のためのデータベースシステムについて言及する。特に、データベースシステムは本システムのみならず、実験研究におけるデータ処理にもそのまま適用されると確信します。

## 2. 相関関数

VLBI システム<sup>(9), (13)</sup>は概略的には第 1-1 図に示すとおりである。これを第 1-2 図で示すような統計的信号モデルで置き換える。つまり、受信電波を周波数変換して相関処理可能帯域に移された 2 系統の信号に着目する。ただし、以下の理論的考察のために、各々の信号は、雑音成分を除き、更に適当な時間平行移動したとき、一致するものとする。そのときの雑音成分は白色ガウス雑音とする。実際システムにおいて存在する受信機の変換周波数変動、位相変動、そして 2 局間の時刻不一致は無視する。受信機の通過帯域幅は、今のところ、十分広いと



第 1-1 図 VLBI システム



第 1-2 図 信号モデル

する。2 局間の信号到来時間差（タイムラグ）も一定とする。

以下、MAP 推定法を出発して、最尤推定としての相関関数の最適性を述べる。更に、位相回転を直線近似し、この直線傾斜角を最小自乗推定することが相関関数最大化と等価であることを示す。

2.1 最尤推定法としての相互相関関数<sup>(1)~(9), (13)</sup>

第 1-1~1-2 図を等価変換した第 2 図の等価信号モデルに着目する。

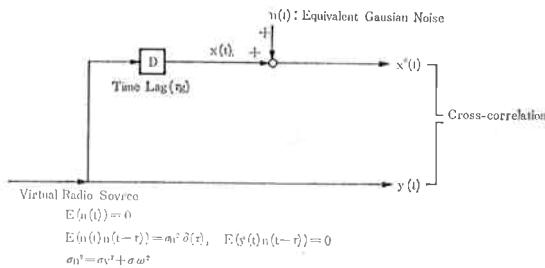
受信データ

$$X = [x'(t)/t=0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots, \pm N]$$

$$Y = [y(t)/t=0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots, \pm N]$$

より、タイムラグ  $\tau_g$  を推定する。

\* 情報処理部 情報処理研究室



第2図 等価信号モデル

データ  $X, Y$  を得たときのタイムラグでの事後確率を最大にするタイムラグを “ $\tau_g$ ” の推定値 “ $\hat{\tau}_g$ ” と定義する。これを最大事後確率推定法 (Most A Posterior Probability Estimation=MAP)<sup>(17)</sup> といい、

$$\begin{aligned} \hat{\tau}_g &\triangleq \arg \max_{\tau} P_{rob}[\tau/X, Y] \\ &\triangleq \arg \max_{\tau} \left\{ \int_i P_{rob}[\tau', X/Y] d\tau' \right\}^{-1} \\ &P_{rob}[X/\tau, Y] P_{rob}[\tau/Y] \end{aligned} \quad \dots\dots(1)$$

となる。

ただし、 $\arg \max_{\tau} f(\tau)$  は  $f(\tau)$  を最大化する “ $\tau$ ” を示す。ここで、 $P_{rob}[\tau/Y]$  はデータ  $Y$  は得られているがデータ  $X$  を得ていない場合の “ $\tau$ ” に関する事前確率である。 $P_{rob}[X/\tau, Y]$  はデータ  $Y$  とタイムラグ “ $\tau$ ” を与えたときの  $X$  の条件的確率である。そして、 $P_{rob}[\tau/X, Y]$  はデータ  $X, Y$  を与えたときのタイムラグの事後確率を与える。(1)式の分母はベイズの定理より導かれる正規化定数である。

ここで未知パラメータ “ $\tau$ ” は先驗的には一様に分布すると仮定せざるを得ないので、 $P_{rob}[\tau/Y]=\text{constant}$  とする。これより、(1)式は

$$\begin{aligned} \hat{\tau}_g &\triangleq \arg \max_{\tau} P_{rob}[X/\tau, Y] \\ &= \arg \max_{\tau} \ln \{ P_{rob}[X/\tau, Y] \} \end{aligned} \quad \dots\dots(2)$$

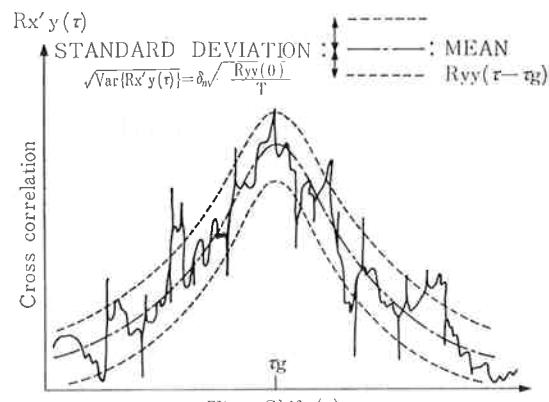
に変形される。ここで、 $\ln$  は自然対数とする。この式(2)が最尤推定法<sup>(6), (8)</sup> と呼ばれているものである。第2図のモデルより、 $P_{rob}[X/\tau, Y]$  は次式で示される正規確率分布とする。

$$\begin{aligned} P_{rob}[X/\tau, Y] &= (2\pi\sigma_n^2)^{-\frac{N}{2}} e^{-(2N-|\tau|)/2} \\ &\exp \left[ -\sum_{t=-N+\max(0,\tau)}^{N+\min(0,\tau)} (x'(t)-y(t-\tau))^2 \right. \\ &\quad \left. / (2\sigma_n^2) \right] \end{aligned} \quad \dots\dots(3)$$

ただし、 $\min(a, b) \triangleq (a \text{ if } a < b, b \text{ if } a > b, \max(a, b) \triangleq (a \text{ if } a > b, b \text{ if } a < b)$

したがって、式(2)は

$$\hat{\tau}_g = \arg \min_{\tau} \sum_{t=-N+\max(0,\tau)}^{N+\min(0,\tau)} (x'(t)-y(t-\tau))^2 \quad \dots\dots(4)$$



第3図 相互相関関数

と変形される。これが最小自乗法と呼ばれるものである。更に式(4)は、第2図のモデルの定常・エルゴード性より、

$$\hat{\tau}_g = \arg \max_{\tau} \frac{1}{2N} \sum_{t=-N}^N x'(t)y(t-\tau), \quad (N \rightarrow \infty) \quad \dots\dots(5)$$

と変形される、これが相互相関関数最大化法である。この(5)式を積分形式にした次式を定義し、これを以下議論する。

$$R_{xy}'(\tau) \triangleq \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x'(t)y(t-\tau) dt \quad \dots\dots(6)$$

ただし、時間  $t, \tau$  は連続時間で  $(-T/2, T/2)$  について積分するものとする。

式(6)は、第2図のモデルより

$$\begin{aligned} R_{xy}'(\tau) &= R_{yy}(\tau - \tau_g) + R_{ny}(\tau) \\ &= R_{xx}(\tau - \tau_g) + R_{ny}(\tau) \end{aligned} \quad \dots\dots(7)$$

なる関数がある。

この(7)式より

$R_{xy}'(\tau)$  の期待値  $E[R_{xy}'(\tau)]$  は

$$E[R_{xy}'(\tau)] = R_{yy}(\tau - \tau_g) = R_{xx}(\tau - \tau_g)$$

$R_{xy}'(\tau)$  の分散  $\text{var}[R_{xy}'(\tau)]$  は

$$\text{var}[R_{xy}'(\tau)] = \frac{\sigma_n^2}{T} R_{yy}(0) = \frac{\sigma_n^2}{T} R_{xx}(0) \quad \dots\dots(8)$$

となる。第3図に  $R_{xy}'(\tau)$  の例を示す。

## 2.2 クロススペクトルについて

相互相関関数のフーリエ変換であるクロススペクトルについて議論する。以下、角周波数  $\omega$  で話を進める。

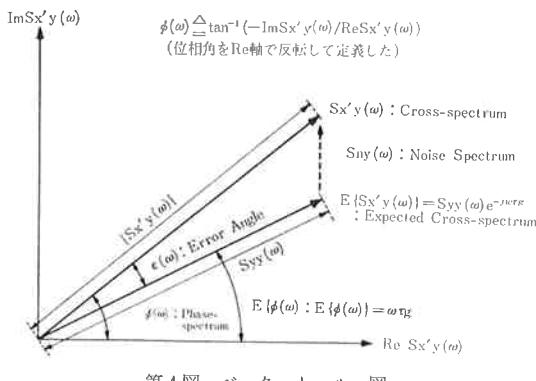
信号  $x(t)$  と  $y(t)$  のクロススペクトル<sup>(1)</sup>を

$$S_{xy}(\omega) \triangleq \int_{-\infty}^{\infty} R_{xy}(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau \quad \dots\dots(9)$$

とする。(9)式は、(7)式より、

$$S_{xy}(\omega) = S_{yy}(\omega) e^{-j\omega\tau_g} + S_{ny}(\omega) \quad \dots\dots(10)$$

と分解される。



第4図 ベクトル図

この(10)式より  $S_{x'y}(\omega)$  の期待値と分散は

$$\begin{aligned} E[S_{x'y}(\omega)] &= Syy(\omega)e^{-j\omega\tau_g} = S_{xx}(\omega)e^{-j\omega\tau_g} \\ V_{ar}[S_{x'y}(\omega)] &= V_{ar}[S_{yy}(\omega)] \\ &= \frac{2\pi\sigma_n^2}{T}S_{yy}(\omega) = \frac{2\pi\sigma_n^2}{T}S_{xx}(\omega) \end{aligned} \quad \dots\dots(11)$$

となる。

位相  $\phi(\omega) \triangleq -\tan^{-1}\{I_m S_{x'y}(\omega)/R_e S_{x'y}(\omega)\}$  の期待値と分散は

$$\begin{aligned} E[\phi(\omega)] &= \omega\tau_g \\ V_{ar}[\phi(\omega)] &\triangleq \frac{\pi\sigma_n^2}{T|S_{x'y}(\omega)|} \end{aligned} \quad \dots\dots(12)$$

となる。ただし、 $\sigma_n^2 \ll |S_{yy}(\omega)|$  とする。つまり、 $S/N$  が大きいときに成分する。第4図に(10)～(12)式を簡易的に示した。

### 2.3 位相スペクトルによるタイムラグ推定

前項の(12)式よりわかるように、位相  $\phi(\omega)$  は角周波数  $\omega$  に比例する直線になることが期待値的に言える。その直線の傾きがタイムラグ “ $\tau_g$ ” である。よって、位相  $\phi(\omega)$  を直線で最小自乗フィッティングすることにより、タイムラグ “ $\tau_g$ ” が推定できることが期待できる<sup>(10)</sup>。第5図に位相スペクトル例を示す。以上を次の定理で裏づけた。

#### 定理

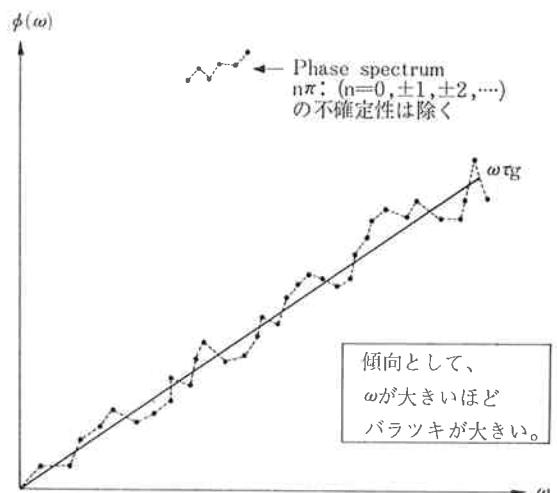
位相スペクトルの重み付き最小自乗直線近似法

$$\min_{\tau} \int_{-\infty}^{\infty} |S_{x'y}(\omega)| (\phi(\omega) - \omega\tau)^2 d\omega \quad \dots\dots(13)$$

と相互相関関数  $R_{x'y}(\tau)$  の最大化とは、 $\sigma_n^2 \ll |S_{yy}(\omega)|$ において、平均的に同等な推定値  $\tau_g$  を与える。

#### 証明

$$\begin{aligned} 2\pi R_{x'y}(\tau) &= \int_{-\infty}^{\infty} S_{x'y}(\omega) e^{j\omega\tau} d\omega \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} |S_{x'y}(\omega)| \cos(\phi(\omega) - \omega\tau) d\omega \end{aligned} \quad \dots\dots(14)$$



第5図 位相スペクトル

なる関係を利用する。

(14)式の右辺についてシュワルツの不等式を利用するすると、

$$|2\pi R_{x'y}(\tau)|^2 = \left| \int_{-\infty}^{\infty} |S_{x'y}(\omega)| \cos(\phi(\omega) - \omega\tau) d\omega \right|^2 \quad \dots\dots(15A)$$

$$\begin{aligned} &\leq \int_{-\infty}^{\infty} |S_{x'y}(\omega)| d\omega \\ &\cdot \int_{-\infty}^{\infty} |S_{x'y}(\omega)| \cos^2(\phi(\omega) - \omega\tau) d\omega \end{aligned} \quad \dots\dots(15B)$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} |S_{x'y}(\omega)| d\omega \\ &\cdot \left[ \int_{-\infty}^{\infty} |S_{x'y}(\omega)| d\omega \right. \\ &\left. + \int_{-\infty}^{\infty} |S_{x'y}(\omega)| \cos(2\phi(\omega) - \omega\tau) d\omega \right] \end{aligned} \quad \dots\dots(15C)$$

$$\leq \left[ \int_{-\infty}^{\infty} |S_{x'y}(\omega)| d\omega \right]^2 \quad \dots\dots(15D)$$

なる不等式が得られる。

(a) ノイズがないとき、(10), (12)式より  $\phi(\omega) = \omega\tau_g$ ,

$|S_{x'y}(\omega)| = Syy(\omega)$  であるから、(15A)式は

$$\begin{aligned} |2\pi R_{x'y}(\tau)|^2 &= \left| \int_{-\infty}^{\infty} Syy(\omega) \cos(\omega(\tau_g - \tau)) d\omega \right|^2 \\ &= \left| \int_{-\infty}^{\infty} Syy(\omega) e^{-j\omega(\tau - \tau_g)} d\omega \right|^2 \\ &= |2\pi R_{yy}(\tau - \tau_g)|^2 \end{aligned} \quad \dots\dots(16)$$

となるから、自己相関関数  $R_{yy}(\tau)$  が  $\tau = 0$  で最大となる単峰性関数との仮定より、 $\tau = \tau_g$  のとき(15A)式が最大となり、そして最大値  $\int_{-\infty}^{\infty} |S_{x'y}(\omega)| d\omega$  となる。(15B)式は、(15A)式と最大値  $\int_{-\infty}^{\infty} |S_{x'y}(\omega)| d\omega$  にはさまれた領域にあり、(15B)式を変形し

た (15C) 式の第2項と (17)式の相似性より,  $\tau = \tau_g$  で最大値  $|\int_{-\infty}^{\infty} |S_{x'y}(\omega)| d\omega|^2$  をとる単峰性関数となる。よって、(15B) 式から “ $\tau$ ” に依存しない

$$\int_{-\infty}^{\infty} |S_{x'y}(\omega)| d\omega \text{ を除いた}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} |S_{x'y}(\omega)| \cos^2(\phi(\omega) - \omega\tau) d\omega \quad \dots\dots(17)$$

を最大にする “ $\tau$ ” と (15A) 式を最大にする “ $\tau$ ” は全く同一である。

- (b) ノイズがあるとき、(15A) 式を最大にする “ $\tau$ ” と (15B) 式を最大にする “ $\tau$ ” は異なっている。

よって、(15A) 式の期待値と (15B) 式の期待値について考察する。

(15A) 式については

$$\begin{aligned} r_1(\tau) &\triangleq E[2\pi R_{x'y}(\tau)] \\ &= E\left\{\int_{-\infty}^{\infty} |S_{x'y}(\omega)| \cos(\phi(\omega) - \omega\tau) d\omega\right\} \end{aligned} \quad \dots\dots(18)$$

を最大にする “ $\tau$ ” について、そして

(15B) 式については、(15C) 式より “ $\tau$ ” に依存する項に着目して

$$r_2(\tau) \triangleq E\left\{\int_{-\infty}^{\infty} |S_{x'y}(\omega)| \cos(2\phi(\omega) - 2\omega\tau) d\omega\right\} \quad \dots\dots(19)$$

を最大にする “ $\tau$ ” について、相互に一致することを示せばよい。

$S_{x'y}(\omega)$  の位相スペクトルは  $\phi(\omega) = \omega\tau_g + \varepsilon(\omega)$  で、  
 $E[\varepsilon(\omega)] = 0$ ,  $Var[\varepsilon(\omega)] \doteq \pi \cdot \sigma_n^2 / T \cdot |S_{yy}(\omega)|$ ,  $\varepsilon(\omega)$  は  $\omega$  について奇関数,  $|S_{x'y}(\omega)|$  は  $\omega$  について偶関数,  $E[|S_{x'y}(\omega)| \sin(\varepsilon(\omega))] = 0$ ,  $E[|S_{x'y}(\omega)| \cos(\varepsilon(\omega))] = S_{yy}(\omega)$ ,  $E[|S_{x'y}(\omega)| \sin(2\varepsilon(\omega))] = 0$ ,  $E[|S_{x'y}(\omega)| \cos(2\varepsilon(\omega))] > 0$  なる性質がある。第4図のベクトル図を参照。

よって、(18)式は

$$\begin{aligned} r_1(\tau) &= \int_{-\infty}^{\infty} E[|S_{x'y}(\omega)| \cos(\varepsilon(\omega))] \\ &\quad \cos(\omega(\tau_g - \tau)) d\omega \\ &- \int_{-\infty}^{\infty} E[|S_{x'y}(\omega)| \sin(\varepsilon(\omega))] \\ &\quad \sin(\omega(\tau_g - \tau)) d\omega \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} S_{yy}(\omega) \cos(\omega(\tau_g - \tau)) d\omega \end{aligned} \quad \dots\dots(20)$$

(19)式は

$$\begin{aligned} r_2(\tau) &= \int_{-\infty}^{\infty} E[|S_{x'y}(\omega)| \cos(2\varepsilon(\omega))] \\ &\quad \cos(2\omega(\tau_g - \tau)) d\omega \\ &- \int_{-\infty}^{\infty} E[|S_{x'y}(\omega)| \sin(2\varepsilon(\omega))] \\ &\quad \sin(2\omega(\tau_g - \tau)) d\omega \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \int_{-\infty}^{\infty} E[|S_{x'y}(\omega)| \cos(2\varepsilon(\omega))] \\ &\quad \cos(2\omega(\tau_g - \tau)) d\omega \end{aligned} \quad \dots\dots(21)$$

であり、 $E[|S_{x'y}(\omega)| \cos(2\varepsilon(\omega))]$  が正の偶関数であるから、(20)式とは(21)式相似である。

よって、 $r_1(\tau)$ ,  $r_2(\tau)$  は共に  $\tau = \tau_g$  で最大となる単峰性関数である。

以上より、(15A) 式の期待値の最大化と(17)式の期待値の最大化は同等であることがわかった。

- (c) 更に、ノイズによる位相変動が  $\pm\pi/2$  以内で、 $\phi(\omega) - \omega\tau$  は  $n\pi (n=0, \pm 1, \dots)$  の不確定性を除去して  $|\phi(\omega) - \omega\tau| < \pi/2$  なら、

$$\begin{aligned} \cos^2(\phi(\omega) - \omega\tau) &= 1 - \sin^2(\phi(\omega) - \omega\tau) \\ &\geq 1 - (\phi(\omega) - \omega\tau)^2 \end{aligned} \quad \dots\dots(22)$$

であるから、(17)式は

$$\begin{aligned} &\int_{-\infty}^{\infty} |S_{x'y}(\omega)| \cos^2(\phi(\omega) - \omega\tau) d\omega \\ &\geq \int_{-\infty}^{\infty} |S_{x'y}(\omega)| d\omega - \\ &\quad \int_{-\infty}^{\infty} |S_{x'y}(\omega)| (\phi(\omega) - \omega\tau)^2 d\omega \end{aligned} \quad \dots\dots(23)$$

となるから、(23)式の第2項の最小化が(17)式の最大化になっている。

この(23)式の第2項が定理中の(13)式である。この(13)式による推定値  $\hat{\tau}_g$  は

$$\hat{\tau}_g = \tau_g + \int_{-\infty}^{\infty} |S_{x'y}(\omega)| \varepsilon(\omega) \omega d\omega / \int_{-\infty}^{\infty} |S_{x'y}(\omega)| \omega^2 d\omega \quad \dots\dots(24)$$

であるから、 $\sigma_n^2 / T \ll |S_{yy}(\omega)|$  でノイズによる位相回転が  $\pm\pi/2$  以内に十分入っているなら、推定値  $\hat{\tau}_g$  の期待値と分散は；それぞれ

$$E[\hat{\tau}_g] = \tau_g \quad \dots\dots(25)$$

$$\begin{aligned} Var[\hat{\tau}_g - \tau_g] &\doteq \frac{\pi \sigma_n^2}{T} / \int_{-\infty}^{\infty} |S_{x'y}(\omega)| \omega^2 d\omega \\ &= -\frac{\sigma_n^2}{2T} / \left(\frac{\partial^2}{\partial \tau^2} R_{x'y}(\tau)\right)_{\tau=\tau_g} \end{aligned} \quad \dots\dots(26)$$

である。(25)式は Cramér—Rao の不等式<sup>(8)</sup>による推定誤差の下限となっている。

よって、(13)式はノイズが十分小さいとする条件下で、不偏最小分散推定値を与える。そして、相互相関関数  $R_{x'y}(\tau)$  を最大化する方法と同等である。

#### 証明終

以上の証明では、 $\sigma_n^2 / T \ll |S_{yy}(\omega)|$  として定理を導いたが、この条件が満たされない場合については実験などで比較する必要がある。いずれにしろ、ノイズが大きいとき又は積分時間  $T$  が短いときは相関法(5)式や位相スペクトル、最小自乗法(13)式ともに最適ではない。このと

きは、原理に立ち戻って、最小自乗法(4)式を試みる必要がある。

ところで、(26)式で示したように、受信信号の相互相関が鋭いほど推定誤差が小さいことがわかる。よって、受信機の広帯域化又はバンド幅合成による等価的広帯域化が必要となる。

現実システムでは、ここで触れなかった2局間の定常的な位相誤差がある。これについては、 $\phi(\omega) = \omega\tau_g + Sgn(\omega)\theta_f + \epsilon(\omega)$ と考えて、位相スペクトルの傾斜  $\tau_g$  と位相誤差  $\theta_f$  の2変数について  $\int_0^\infty |S_{x'y}(\omega)|(\phi(\omega) - \omega\tau - \theta)^2 d\omega \rightarrow \min$  とする  $(\hat{\tau}_g, \hat{\theta}_f)$  を求める。ただし、  
 $Sgn(\omega) \triangleq (1 : \omega > 0, 0 : \omega = 0, -1 : \omega < 0)$ 、(13)式は積分区間を  $(-\infty, \infty)$  から  $(0, \infty)$  に変更しても等価であることがわかっている。

### 3. バンド幅合成<sup>(10)</sup>へのコメント

帯域幅  $2\pi A_k$  (rad/sec), 中心周波数  $\omega_k$  (rad/sec) の受信機が  $N$  台 ( $k=1, 2, \dots, N$ ) あり、相互に位相関数を保ちながら動作している。以上の受信機群が2局あり、互いに相関をとる方式をバンド幅合成によるVLBIシステムという。この方式は、 $\omega_k$  ( $k=1, 2, \dots, N$ ) を適当に配置することにより、 $2\pi A_k N$  (ただし、 $A_1=A_2=\dots=A_N$  とする) なる広帯域受信機より更に高精度なタイムラグ決定が可能となる。

バンド幅合成による相互相関関数  $R_{x'y}(\tau)$  は

$$\hat{R}_{x'y}(\tau) = \frac{1}{2\pi} \sum_{k=1}^N \int_{\omega k - \pi A k}^{\omega k + \pi A k} S_{x'y}(\omega) e^{j\omega\tau} d\omega \quad \dots \dots (27)$$

で表される。ここで、 $S_{x'y}(\omega)$  を原信号クロススペクトルとする。更に

$$\hat{R}_{x'y}^k(\tau) \triangleq \frac{1}{2\pi} \int_{\omega k - \pi A k}^{\omega k + \pi A k} S_{x'y}(\omega) e^{j\omega\tau} d\omega \quad \dots \dots (28)$$

= [信号  $x'(t)$  の  $k$  番目受信出力と信号  $y(t)$  の  $k$  番目受信出力との相互相関関数]

とすると

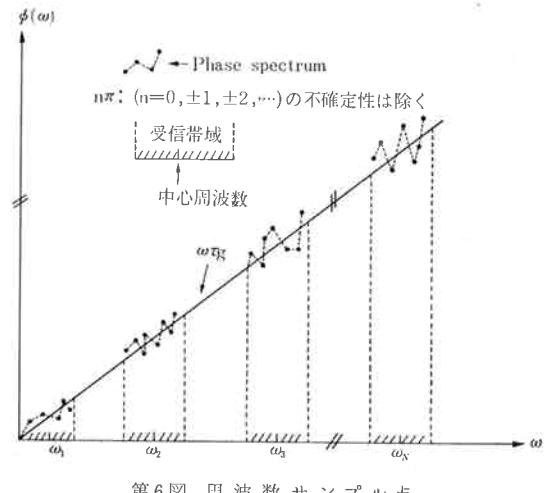
$$\hat{R}_{x'y}(\tau) = \sum_{k=1}^N \hat{R}_{x'y}^k(\tau) \quad \dots \dots (29)$$

となる。

ここで、 $A_k = A$  ( $k=1, 2, \dots, N$ )、 $|S_{x'y}(\omega)| = 1$  (白色雜音とする) と仮定すると、(29)式は

$$|\hat{R}_{x'y}(\tau)|^2 = \left| \frac{A \sin(\pi A \tau)}{\pi A \tau} \right|^2 \cdot \left| \sum_{k=1}^N e^{j\omega k \tau} \right|^2 \quad \dots \dots (30)$$

となる。よって、 $\omega_k = 2\pi A k$  とすれば  $2\pi A N$  なる広帯域受信機と等しい鋭さをもつ相関特性になるし、更に



第6図 周波数サンプル点

$\omega_k$  を Minimum Redundancy Array Theory 等<sup>(10), (14)</sup> (15)に従って選択すれば受信機数  $N$  を減じて  $L$  台にしても等価帯域幅は  $2\pi AL$  より大きく  $2\pi AN$  に近づけられることが示されている。つまり、(30)式の第2因子がバンド幅合成の効果を反映したものである。

位相特性よりタイムラグを推定する重み付き最小自乗直線フィッティングの観点からバンド幅合成<sup>(10)</sup>を見るならば、(27)式に対応して(13)式を変形することにより

$$\sum_{k=1}^N \int_{\omega k - \pi A k}^{\omega k + \pi A k} |S_{x'y}(\omega)| (\phi(\omega) - \omega\tau)^2 d\omega \rightarrow$$

最小化 ( $\tau$  に関して) ..... (31)

とすることがバンド幅合成法となる。これを第6図に示すとく、最小自乗法を適用する際のサンプルデータのサンプル点配置の問題とバンド幅合成問題は等価である。よって、Minimum Redundancy Array Theory を統計分野へ応用すること、又は逆にサンプリング理論<sup>(16)</sup>のバンド幅合成への応用が考えられる。

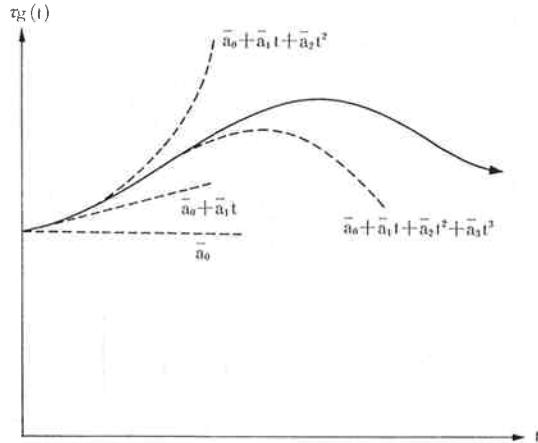
### 4. フリンジストッピング<sup>(9), (11) ~ (13)</sup>

前章までの議論では、二つの受信信号はタイムラグによる時間軸の一様な平行移動のみで互いに関係づけられていた。しかしながら、VLBIシステムでは地球の自転等により、タイムラグが時々刻々と変化していく。よって、タイムラグを一定と仮定した前章までの議論では不十分となる。以下、タイムラグを時間関数としてモデル化し、一般化相互相関関数とでも呼べる新しい相関関数を定義して、これについて議論する。

タイムラグ  $\tau_g$  を

$$\tau_g(t) \triangleq \sum_{i=0}^m \bar{a}_i t^i \quad \dots \dots (32)$$

とする。ここで、 $\bar{a}_0$  が通常のタイムラグ、 $\bar{a}_1$  が直線的



第7図 タイムラグ

タイムラグ変化係数、 $\bar{a}_2$ ,  $\bar{a}_3$ , ……,  $\bar{a}_m$  が高次の変化係数とする。この(32)式で表されるタイムラグの例を第7図に示す。この(32)式を用いて、次の相互相関関数を定義する。

$$R_{xy}(a_0, a_1, \dots, a_m) \triangleq$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} x(t)y\left(t - \sum_{i=0}^m a_i t^i\right) dt \quad \dots \dots (33)$$

ただし、 $x(t) = y(t - \sum_{i=0}^m \bar{a}_i t^i)$ ,  $\bar{a}_i ; i=0, 1, 2, \dots, m$  は真値,  $a_i ; i=0, 1, 2, \dots, m$  は推定のためのパラメータとする。この(33)式を最大化するパラメータ  $[a_i]$  でもって真値  $[\bar{a}_i]$  を推定するのである。この(33)式のフーリエ変換つまりクロススペクトルは

$$S_{xy}(\omega_0, \omega_1, \dots, \omega_m) \triangleq$$

$$\begin{aligned} & \int_{-\infty}^{\infty} x(t)y\left(t - \sum_{i=0}^m a_i t^i\right) dt \iint \dots \\ & \int_{-\infty}^{\infty} \exp(-j \sum_{i=0}^m a_i \omega_i) da_0 da_1 \dots da_m \quad \dots \dots (34) \end{aligned}$$

とする。 $\bar{a}_i = a_i = 0$ ,  $i \geq 2$  つまり  $m=1$  のとき、(34)式は

$$S_{xy}(\omega_0, \omega_1) = \frac{2\pi}{\omega_0} Y^*(\omega_0) X\left(\frac{\omega_1}{\omega_0}\right) e^{-j\omega_1} \quad \dots \dots (35)$$

となる。 $\bar{a}_i = a_i = 0$ ,  $i \geq 3$  つまり  $m=2$  のとき、(34)式は

$$S_{xy}(\omega_0, \omega_1, \omega_2) = \frac{(2\pi)^2}{\omega_0 \omega_1} Y^*(\omega_0) X\left(\frac{\omega_1}{\omega_0}\right) e^{-j\omega_1} \cdot \delta(\omega_2 \omega_0 - \omega_1^2) \quad \dots \dots (36)$$

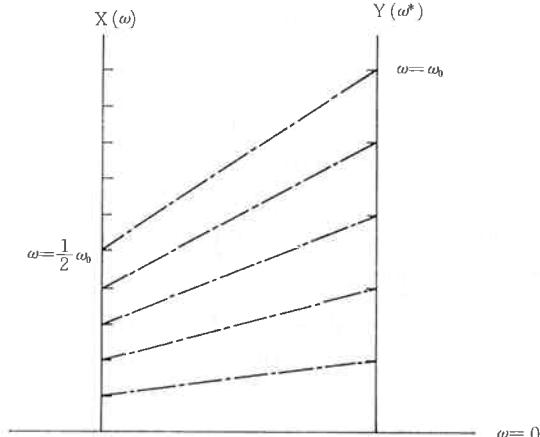
となる。更に一般的には、(34)式は

$$S_{xy}(\omega_0, \omega_1, \dots, \omega_m) = \frac{(2\pi)^m}{\omega_0 \omega_1 \dots \omega_{m-1}} \quad \dots \dots$$

$$Y^*(\omega_0) X\left(\frac{\omega_1}{\omega_0}\right) e^{-j\omega_1} \prod_{i=2}^m \delta\left(\omega_i - \frac{\omega_1^i}{\omega_0^{i-1}}\right) \quad \dots \dots (37)$$

らしい。ただし、 $x(t)$  は時間信号、 $Y(\omega)$  は時間信号

$$S_{xy}(\omega, \frac{1}{2}) = Y^*(\omega) X\left(\frac{1}{2}\omega\right); a_1 = \frac{1}{2} \text{ のとき}$$



第8図 周波数シフト補正

$y(t)$  のフーリエ変換、 $\prod_{i=k}^m f_i \triangleq f_k \cdot f_{k+1} \cdots \cdot f_m$ , そして  $\delta(\cdot)$  はデルタ関数。

ところで、特に実用上重要な直線的タイムラグ変化（ドップラシフト<sup>(6)</sup>）の場合を詳細に検討してみよう。

#### 4.1 ドップラシフトの場合

(35)式の性質は今のところ未知であるので、 $\omega_1$ についてフーリエ逆変換した次の式について考察する。

$$S_{xy}(\omega_0, \omega_1) = Y^*(\omega_0) X((1-a_1)\omega_0) \quad \dots \dots (38)$$

ただし、 $X(\omega)$  は  $x(t)$  のフーリエ変換である。

この(38)式はタイムラグの直線的变化による周波数シフトを  $(-\bar{a}_1 \omega_0)$  で補正することを示す。これを第8図に例として示す。つまり、(38)式の逆変換後の出力のピークを最大にするように  $a_1$  を探査し、このときの出力のピーク位置より、 $(\bar{a}_0, \bar{a}_1)$  を推定する。又は、(13)式を導いた定理より類推して、以下の方法が得られる。

$$\int_{-\infty}^{\infty} |Y^*(\omega)X((1-a_1)\omega)| d\omega$$

→最大化する  $a_1$  を求める。  $\dots \dots (39)$

この値を  $\hat{a}_1$  として、

$$\int_{-\infty}^{\infty} |Y^*(\omega)X((1-\hat{a}_1)\omega)| (\phi(\omega) - \omega a_0)^2 d\omega$$

→最小化する  $a_0$  を求める。  $\dots \dots (40)$

この値を  $\hat{a}_0$  として、 $(\hat{a}_0, \hat{a}_1)$  が  $(\bar{a}_0, \bar{a}_1)$  の推定値である。ただし、 $\phi(\omega) \triangleq -\angle[Y^*(\omega)X((1-\hat{a}_1)\omega)]$  とする。

ところで、(39)式は周波数シフト補正でスペクトル  $|Y(\omega)|$  にスペクトル  $|X(\omega)|$  をマッチングさせることを意味する、周波数軸上で相互相関関数とも解せる。

#### 4.2 狹帯域信号のドップラシフトの場合

$X(\omega)$ ,  $Y(\omega)$  を狭帯域信号と仮定する。 $\omega_c$  を  $Y(\omega)$  の正角周波数側波帶の中心角周波数,  $f_s \triangleq -a_1\omega_c$  をドップラ角周波数とすると, (38)式は近似的に

$$\begin{aligned} S_{xy}(\omega_0, a_1) &\triangleq S_{xy}(\omega_0, f_s) \\ &= Y^*(\omega_0)X(\omega_0 + sgn(\omega_0)f_s) \end{aligned} \quad \cdots \text{(41)}$$

と書き直せる。ただし,  $sgn(\omega) = (1 : \omega > 0, 0 : \omega = 0, -1 : \omega < 0)$

(39)式, (41)式と  $|X(\omega)|$ ,  $|Y(\omega)|$  の偶関数性より,  $(\bar{a}_0, \bar{a}_1)$  を推定するアルゴリズム(a)～(d)が得られる。

(a)  $x(t)$ ,  $y(t)$  のフーリエ変換  $X(\omega)$ ,  $Y(\omega)$  を求める。

(b) 周波数軸上での相互相関関数

$$\int_0^\infty |Y^*(\omega)X(\omega + f_s)| d\omega \rightarrow \max_{f_s} \quad \cdots \text{(42)}$$

(b)' 又は,  $|x(\omega)|$ ,  $|Y(\omega)| (\omega > 0)$  のフーリエ変換  $F\{|X(\omega)|\}$ ,  $F\{|Y(\omega)|\}$  について,  $F\{|X(\omega)|\} \times F^*\{|Y(\omega)|\}$  を求め逆変換することにより,

(b)と同様に  $f_s$  が求まる。

(c) (b), (b)' より求めた  $f_s$  がドップラ角周波数であり,  $\hat{a}_1 \triangleq -f_s/\omega_c$  となる。

(d)  $Y^*(\omega)X(\omega + sgn(\omega)f_s)$  又は  $Y(\omega)^*X((1-\hat{a}_1)\omega)$  を逆変換したものが  $R_{xy}(a_0, \hat{a}_1)$  であるから, これの最大値を得る  $a_0$  が  $\hat{a}_0$  である。(40)式を利用してもよい。

以上より,  $(\hat{a}_0, \hat{a}_1)$  の推定値  $(\hat{a}_0, \hat{a}_1)$  が得られる。

ところで, 現実システムでは存在する2局間の周波数に誤差がある。この誤差  $\omega_f$  があると, 通常の相互相関は, その相関波が崩れ, 不可能となる。この誤差  $\omega_f$  を考慮に入れると, (38)式は  $S_{xy}(\omega_0, a_1, \omega_f) = Y^*(\omega_0)X((1-a_1)\omega_0 + sgn(\omega_0) \cdot \omega_f)$  となる。よって, (39)式(41)式より,  $\int_0^\infty |S_{xy}(\omega, a_1, \omega_f)| d\omega \rightarrow \max_{a_1, \omega_f}$  とする  $\hat{a}_1$ ,  $\hat{\omega}_f$  を求めれば, 周波数誤差  $\omega_f$  が推定できる。また, 狹帯域信号の場合は,  $f_s = -a_1\omega_c + \omega_f$  として, ドップラ周波数  $-a_1\omega_c$  と周波数誤差  $\omega_f$  の和が求められる。いずれにせよ, (39)式又はアルゴリズム(a)～(d)により,  $a_1$  及び  $\omega_f$  が除去されて, 我々の注目する  $\hat{a}_0 (= \tau_g)$  が求まる。更に, 2局間に定常的な位相誤差  $\theta_f$  があるときは, 2.3の終わりで述べたごとく, (40)式を利用して  $\int_0^\infty |S_{xy}(\omega, \hat{a}_1, \hat{\omega}_f)| (\phi(\omega) - \omega a_0 - \theta_f)^2 d\omega \rightarrow \min_{a_0, \theta_f}$  とする  $(\hat{a}_0, \hat{\theta}_f)$  を求めればよい。

更に, 閉ループ形自動フリンジストッピングについて提案すれば, 2局のスペクトルパターン  $|Y(\omega)|$ ,  $|X(\omega)|$  が一致するように周波数変換器を微調する方法がある。

#### 4.3 レーダアンビギュイティファンクション

$Y(\omega)$ ,  $X(\omega)$  を片側スペクトルとして, (41)式のフーリエ逆変換を Radar Ambiguity Function<sup>(8)</sup> と呼んでおり, レーダでの目標までの往復距離を  $d_0$  で, そして目標の移動によるドップラシフト角周波数を  $f_s$  で示している。レーダシステムは反射波を受信機で相関検出することにより目標をとらえる機械であるから, VLBI と同様に相互相関関数についての研究がなされているのである。この研究によると,

$$\int_{-\infty}^{\infty} \omega^2 |S_{yy}(\omega)| d\omega \rightarrow \text{大} \quad \cdots \text{(43)}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} t^2 |y(t)| dt \rightarrow \text{大} \quad \cdots \text{(44)}$$

となるシステム (VLBI もこの系である) ではタイムラグ, 周波数シフト双方に感度が大であることが示されている。つまり, 周波数シフトが生じないときは正常に生成されていた相関のピークが, 周波数シフトの発生とともに急速に乱されてしまうことを意味している。つまり, 正常なタイムラグ推定を行うためにはフリンジストッピングが必要であることを述べている。逆に, フリンジストッピングなしでタイムラグ推定するためには,

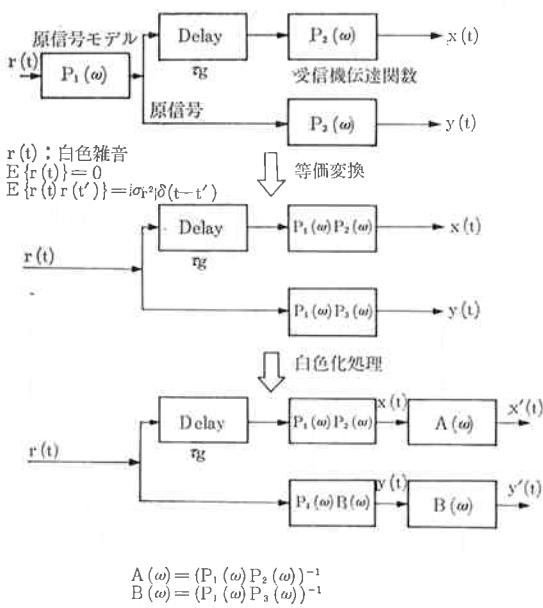
$$\int_{-L/2}^{L/2} t^2 |y(t)| dt \rightarrow \text{小} \quad \cdots \text{(45)}$$

より, 積分時間 “ $L$ ” を縮めればよい。ただし, あまりに “ $L$ ” が短いと雑音の影響を無視できなくなることはもちろんである。

#### 5. 白色化処理<sup>(1)～(4)</sup>

前章までは, 受信機のバンドパス特性はフラットであると仮定した。しかしながら, 実システムでは有限幅しか通過帯域をもっていない。更に原信号そのものが白色フラットスペクトルであるとはかぎらない。そのためには相関波形を鋭くできない。つまり, 分解能が十分でない場合がある。よって, 受信機出力に白色化フィルタを接続してスペクトルの平坦化をしてやる必要がある。以下, 受信機出力信号各々について, パワースペクトル又は自己相関関数を求める。この結果をもとに, 有理全極形伝達関数で入力信号と受信機特性をモデル化し<sup>(2), (7), (17)</sup>, この逆伝達関数を求める。この逆伝達関数こそ白色化フィルタである。第9図に白色化処理の概念図を示す。ここでは, 自己相関関数に基づいた離散時間サンプル値システムの同定法<sup>(17)</sup>を用いる。よって, 白色化フィルタはディジタルフィルタ又はデータ処理計算機中に実現される。高速性が特に要求されるなら, トランスポーティルフィルタ<sup>(8)</sup>やチャーピングフィルタ等<sup>(19)</sup>のアナログ処理も可能である。

##### 5.1 伝達関数モデル



第9図 白色化処理

出力信号  $x(t)$ ; ( $-\infty < t < \infty$ ) について、白色正規雑音  $r(t)$  を入力信号とする自己回帰過程形伝達関数モデル<sup>(17)</sup>を当てはめる。この自己回帰過程モデルは有理全極形の伝達関数である。

$$x(t) + \sum_{k=1}^m a_k x(t-Tk) = r(t) \quad \dots(46)$$

で記述される。ただし、 $T$  は時間刻みであり十分小さい値とする。 $a_k$ ,  $k=1, 2, \dots, m$  は伝達関数のパラメータである。信号  $x(t)$  の自己相関関数  $R(\tau)$  を

$$R(\tau) \triangleq E[x(t)x(t-\tau)] = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t)x(t-\tau) dt \quad (T \rightarrow \infty) \quad \dots(47)$$

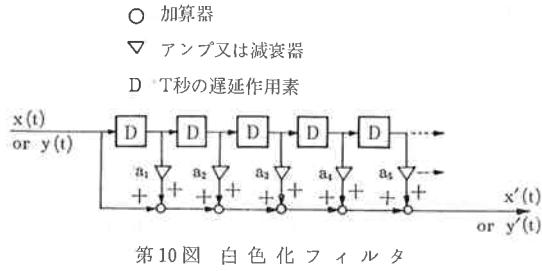
とすると、(46)式は

$$R(\tau) + \sum_{k=1}^m a_k R(\tau-Tk) = \begin{cases} \sigma_r^2 & ; \tau=0 \\ 0 & ; \tau \neq 0 \end{cases} \quad \dots(48)$$

となる。ここで、 $E[\gamma(t)\gamma(t')] = \sigma_r^2 \delta(t-t')$ ; ( $\sigma_r^2$  は入力信号分散)。(46)式から  $\{\tau=Tl; l=1, 2, \dots, m\}$  についての  $m$  個の方程式を得ることにより、次の連立 1 次方程式が成り立つ。

$$\begin{aligned} & \begin{pmatrix} R(0), & R(T), & \dots, & R((m-1)T) \\ R(T), & R(0), & \dots, & R((m-2)T) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ R((m-1)T), & R((m-2)T), & \dots, & R(0) \end{pmatrix} \\ & \cdot \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_m \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} R(T) \\ R(2T) \\ \vdots \\ R(mT) \end{pmatrix} \end{aligned} \quad \dots(49)$$

ただし、 $R(\tau) \equiv R(-\tau)$  とする。



第10図 白色化フィルタ

よって、 $a_k$ ,  $k=1, 2, \dots, m$  が求まる。つまり、出力信号  $x(t)$  の自己相関数を求めて伝達関数モデルを記述するに必要なパラメータ  $\{a_k\}$  が求まる事を示している。したがって、第9図に示した伝達関数  $P_1(\omega) \cdot P_2(\omega)$  は、 $z \triangleq \exp(j\omega T)$  とすると、

$$P_1(\omega) \cdot P_2(\omega) \triangleq \frac{F(x(t))}{F(r(t))} \div \frac{1}{1 + \sum_{k=1}^m a_k z^{-k}} \quad \dots(50)$$

となる。ただし、 $F(\cdot)$  は “\*” のフーリエ変換。

同様に、信号  $y(t)$ ; ( $-\infty < t < \infty$ ) についても、第9図の  $P_1(\omega)P_3(\omega)$  は

$$P_1(\omega) \cdot P_3(\omega) \triangleq \frac{F(y(t))}{F(r(t))} \div \frac{1}{1 + \sum_{k=1}^{m'} b_k z^{-k}} \quad \dots(51)$$

となる。ただし、 $m'$ ,  $b_k$ ;  $k=1, 2, \dots, m'$  は信号  $y(t)$  について求めた伝達関数の次数とパラメータである。よって、白色化フィルタは、信号  $x(t)$  については、

$$A(\omega) = (P_1(\omega) \cdot P_2(\omega))^{-1} = 1 + \sum_{k=1}^m a_k z^{-k} \quad \dots(52)$$

信号  $y(t)$  については、

$$B(\omega) = (P_1(\omega) \cdot P_3(\omega))^{-1} = 1 + \sum_{k=1}^{m'} b_k z^{-k} \quad \dots(53)$$

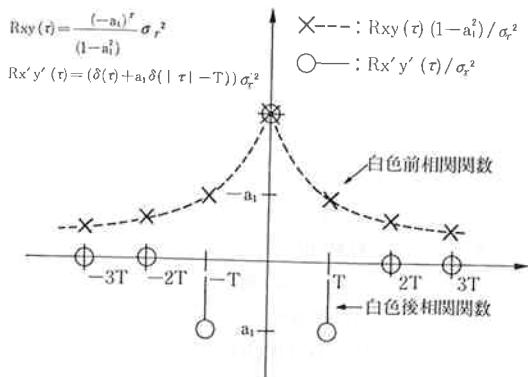
となる。白色フィルタの構成例を第10図に示す。ただし、次数  $m$ ,  $m'$  の決定は AIC 又は FPE 等<sup>(7)</sup>の評価規範を使う。そしてそのときに(49)式を効率的に解くアルゴリズムとして Levinson<sup>(2), (7)</sup> 法などがある。

## 5.2 白色後相関関数について

白色前の相関関数と白色後の相関関数とを比較してみる。ただし、信号  $x(t)$  と  $y(t)$  は同一の伝達関数モデルをもち、更にタイムラグ  $\tau_g$  は  $\tau_g=0$  とする。よって、自己相関関数の鋭さの観点から比較してみよう。

白色前相相互相関関数は、上の仮定と(47)式より、

$$R_{xy}(\tau) = R_{xx}(\tau) = R(\tau) \quad \dots(54)$$



第11図 白色後相関関数

となる。ただし、 $R(\tau)$ は偶式を満たすものとする。

白色後相互相関関数は、白色後出力信号を第9図により  $x'(t)$ ,  $y'(t)$ と表すと各々(52), (53)式及び上の仮定より、

$$\begin{aligned} x'(t) &= x(t) + \sum_{k=1}^m a_k x(t-Tk) \\ y'(t) &= y(t) + \sum_{k=1}^m a_k y(t-Tk) \end{aligned} \quad \dots \dots (55)$$

であるから、(54)式より、

$$\begin{aligned} R_{x'y'}(\tau) &\triangleq E[x'(t)y'(t-\tau)] \\ &= R(\tau) + \sum_{k=1}^m a_k R(\tau-Tk) \\ &\quad + \sum_{k=1}^m a_k [R(\tau+Tk)] \\ &\quad + \sum_{l=1}^m a_l R(\tau+Tk-Tl) \end{aligned} \quad \dots \dots (56)$$

となる。

更に、(48)式と  $R(\tau) \equiv R(-\tau)$  を利用すると、(56)式は

$$R_{x'y'}(\tau) = (\delta(\tau) + \sum_{k=1}^m a_k \delta(|\tau| - Tk)) \sigma_r^2 \quad \dots \dots (57)$$

となる。

例として、伝達関数モデルが

$$\frac{1}{1+a_1 z^{-1}} \quad (-1 < a_1 < 0) \quad \dots \dots (58)$$

の場合は、白色前相互相関関数は

$$R(\tau) = \frac{(-a_1)^{\tau}}{1-a_1^2} \sigma_r^2$$

となる。白色後の相関関数は

$$R_{x'y'}(\tau) = (\delta(\tau) + a_1 \delta(|\tau| - T)) \sigma_r^2 \quad \dots \dots (60)$$

である。この(59), (60)式を  $\tau=0$  のとき 1 となるように正规化して第11図に示した。白色後の相関関数の方が鋭い特性を示している。しかし、デルタ関数とはなっていないのは極零点消去という現象が各々(50), (52)式, (51), (53)式に内在しているからである。その他、相関処理の際の

タイムシフトが大のときに相関誤差が相対的に大きくなることに対して、ラグウインドウ処理が必要である。また、これと双対的な周波数ウインドウ処理がある。なお、実際的議論は文献(1)(2)(3)(4)(7)を参照のこと。

## 6. データベースシステム

VLBI 実験も含め、多くの実験研究において重要な問題として取得データの解析処理がある。今日、この問題にディジタル計算機が専ら使用されており、あらゆる角度から研究・解析が試みられている。ここに、データベースシステムがクローズアップされてくる。以下、Goddard Space Flight Center の VLBI による Pacific Plate Motion Experiment に関して作成されたデータベースシステム<sup>(18)</sup>の設計思想とその概要について述べ、6.2 に実現上の問題点を述べる。

### 6.1 PPME のデータベース

#### 6.1.1 Data Handling

##### (1) データの授受についての条件

- (a) プログラム間でデータの互換性をもつこと。
- (b) 新しいデータの追加に対して柔軟なこと。
- (c) データ転送を自動化した方がよい。

##### (2) データの完全性

- (a) 多量のデータを誤りなく長期保存できること。
- (b) 後方互換性

- (a) データ要素の追加に対して、プログラム変更が少ないこと。
- (b) プログラムの変更が容易なこと。

##### (3) 過去のデータが再生できること。

- (a) データを生成したプログラムのステータスのトレースをとり、これをロギングできること。
- ロードモジュール No.
- プログラムバージョン No.
- コンパイル月・日

##### (5) パラメータ管理について

- (a) 生成データに使用されたパラメータのトレース
- (b) 電波源、観測所のカタログ
- (c) パラメータの追加変換が容易なこと。

##### (6) データ記録の統一手法の確立

- (a) 記録の重複・欠損を防ぐ。
- (b) 重要なデータは 1 組にしてファイルする。
- (c) 準自動的な記録

- Disk to Tape/Tape to Disk 等の I/O ルーチンによる Archive, Restore, Date Transfer を実現する。

- (e) (a)～(c)を実現するために Date Base Cataloging System を用意する。これは

- データベースファイルの場所
- 他のデータベースファイルとの関係
- 使用デバイス
- 記録の存否

等を機能としてもつ。

#### 6.1.2 データベースの構造

##### (1) 構成システム

- |                                   |                  |
|-----------------------------------|------------------|
| (a) Disk 及び Magnetic Tape<br>システム | Hard ware system |
| (b) 中央処理装置                        | }                |
| (c) ユーティリティサブプログラム群               | Soft ware system |
| (d) 応用サブプログラム群                    | }                |

- (2) ユーザはファイルを直接に読み書きさせない。  
 (3) データの形式を意識させない。("Format Free" である)。ただし、利用するデータに関してはもちろん形式を知らねばならない。ここで "形式" とは、"型" や "並び" を言う。

##### (4) ファイルの構造

- (a) 単一実験ではこれを一つのデータベースファイルとする。その内容は

- Header レコード
- プログラムコンスタント
- ステータスログ
- データベースカタログ

- 実験データレコード

からなる。

- (b) 以上のレコードは4個のサブセットレコードからなる。

- ID レコード
- データベース名
- バージョン名
- 生成日時

- History レコード

- 作者名
- 意図
- 概念
- 追加日時
- 追加バージョン No.

- Table of Content レコード

- データレコードの型
- データレコードの長さ
- データレコードの位置
- 処理プログラムのバージョン No.
- 新データのバージョン No.

- データレコード

- (c) データアロケーションについては知る必要がない

- (d) 記録媒体の物理的限界までデータの収容可能である

#### 6.1.3 ユーザインターフェイス (ユーティリティルートン)

- (1) 系統的な操作命令を有し、ユーザは以下の命令群のみでデータベースを制御するものとする。

##### (a) システムの起動

- Open the system

##### (b) データベースの登録、検索、追加、変更及び削除

- Store histore entries
- Retreive history entries
- Retreive table of contents
- Addition to table of contents
- Deletion from table of contents

##### (c) データレコードの操作

- Create new data record
- Move to existing record
- Write data record
- Deletion from data record
- Retreive infomation data record
- Place infomation data record

##### (d) システムの終了

- Close the system

#### (2) 使用時のモード

- (a) Read only
- (b) Up date
- (c) Create

#### (3) エラー処理ルーチンの機能

- (a) 誤用発見
- (b) 使用時のモードに違反を発見する
- (c) 内部状態の異常の表示と回復

#### 6.1.4 VLBI システムへの応用

##### (1) VLBI 実験の段階は次の4段階からなる。

###### (a) Planning phase

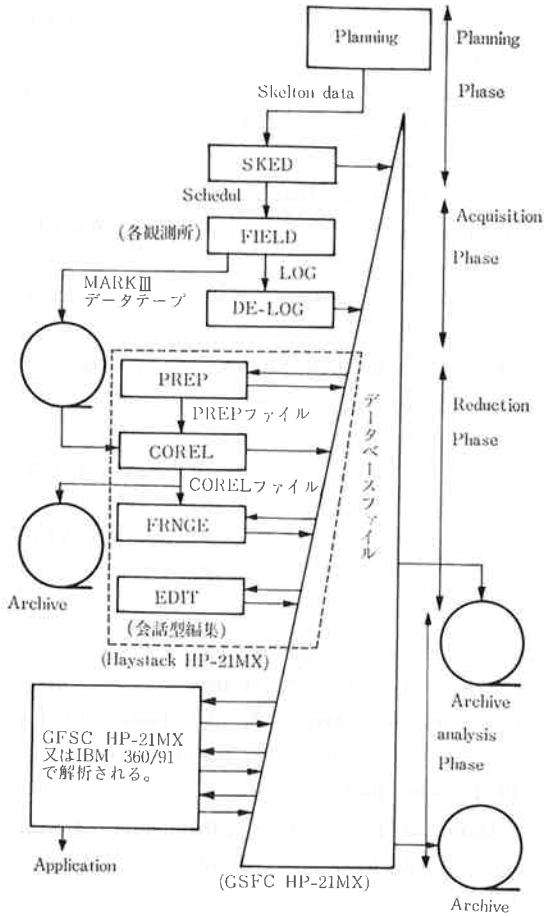
University of Maryland の UNIVAC 1108 又は Haystack Observatory の CDC 3300 で Phanning する。この計画は GSFC の IBM 360/91 で検定され、GSFC の HP-21MX の SKED プログラムが各観測所の運用計画を作成する。この計画は HP-21MX のデータベース上に保存されるとともに、各観測所へ指令として伝達される。

###### (b) Data acquisition phase

各観測所での VLBI 観測（観測時のステータスはデータベース上に保存される）。

###### (c) Data reduction phase

各観測所からの VLBI データ (MARK III データ



第12図 VLBIデータベースシステム

テープ)をHaystack HP-21MXで相関処理、会話編集して、GSFC HP-21MXのデータベースに転送する。

#### (d) Data analysis phase

データベースから必要なデータを取り出し、測地・天文的パラメータを求め、出力又はデータベースへ保存する。ただし、先駆情報に基づく理論値(測地・天文的)はIBM 360/91で計算されGSFC HP-21MX上のデータベース上に入れられており、以上の処理に利用される。更に、GSFC HP-21MXでは無理な処理はGSFC IBM 360/91で計算される。

(2) 以上のように、一連の実験が一つのデータベースファイルを構成し、このデータベースファイルが(1)の(a)～(d)の段階を経て作り上げられていく。第12図に示す。

#### 6.1.5 データベース使用上の問題点

- (1) CPU timeを多量に消費する。
- (2) ソート(分類)が難しい。
- (3) マージ(結合)が難しい。(Actualな判断力を必

要とする)これに関しては、限定したクラスのものであるが、開発している。

#### 6.2 データベースの実現上の問題点

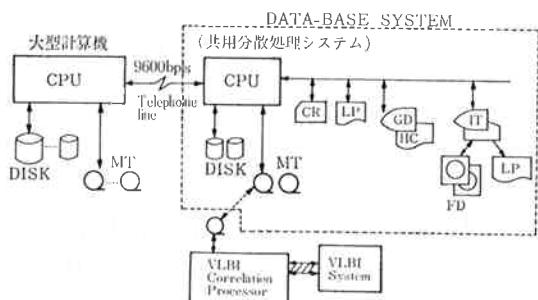
VLBIシステムでは、1回の実験(数十個の星々について相互相關データを取得する一連の実験)で数百メガバイト(500 M Byte程度)の相関処理後データをディスクファイルに格納する。このデータにフーリエ変換、フリングストッピング等の処理を施す。そして、数十個の星々のタイムディレイ“ $\tau_g$ ”等の情報に圧縮する。この圧縮されたデータに種々の物理的解釈を加えるのである。この圧縮されたデータは一度の実験では数メガバイト程度であり、磁気テープ1巻に十分収まり、全実験を合計しても百メガバイト程度と予想されている。このように、1回の実験は大きく2段階に分離され、Data Reduction PhaseとAnalysis phaseとなる。PPMEプロジェクトにおいては、Data Reduction Phaseは各観測所で得られたMark IIIデータテープをHaystack HP-21MXで相関処理等の大量データ処理を施す段階であり、Analysis Phaseは、Data Reduction PhaseからのデータをGSFC HP-21MXのデータベース上において、物理的解釈を施す段階となっている。

以上より、VLBIシステムのデータベースシステムは次のように考えられる。

(1) Data Reduction Phaseは、1回の実験で大量のデータを処理するために、CPUとディスクファイルを占有してしまうので、独立した処理システムとしてデータベースシステムから分離した方がよい。

(2) データベースシステムは、Data Reduction Phaseを除いた全システムの情報を管理する。Data Reduction Phaseについては、磁気テープ等にデータを格納し、磁気テープの管理についての情報をデータベース内に入れておく。

したがって、第13図に示すように3台の処理装置からなる。これを各々解説すれば、



第13図 データベースシステム構成の1例

- (1) 相関処理装置；FFT等を備えた相関処理に適し，かつ大容量ディスク装置等を備える。この装置はVLBIシステムからの大量のデータを入力せねばならないので，VLBIシステムに直結された方が望ましい。出力は十分に圧縮されたデータであるので磁気テープとする。
  - (2) データベースシステム；周辺装置が完備した計算機で背後に大型計算機が接続されている。このシステムのディスクファイルをデータベースとする。これにより，会話的にデータの解析を進めたり，出力結果を表示する。磁気テープ等でVLBIシステムと情報の授受を行う。
  - (3) 大型計算機；データベースシステムと接続されて，複雑で高度な処理を担当する。
- となる。

データベースシステムと相関処理装置を一つにしたシステムに比較して，処理の並列化による能率化，データベースの信頼性向上，資源（周辺装置，ディスクファイル等）の有効利用（データベースシステムをユーザ共用分散処理計算機システム内に構成した場合）などが挙げられる。

この考え方は分散データベース<sup>(20)</sup>の一つと考えられ，データベースの分散又はプロセッサの分散という概念を導入することにより，更に信頼性，操作性，能率等の向上が予想される。

## 7. おわりに

1.から5.までは，相関関数について議論した。この中で，最小自乗法によるタイムラグ推定とスペクトルの相互相関によるフリングストッピングは，数学的議論ではあったが，十分実用になるものと確信している。6.はデータベースシステムについて述べている。これはVLBI実験のみならず一般の実験研究にも有用であろう。

最後に，本報告の機会を与えてくださった鹿島第三宇宙通信研究室の川尻室長と室員のみなさんに心から感謝の意を表します。そして，温かく見まもってくださった情報処理部の諸氏，並びにMARK IIIに関する論文を貸していただいた村主総合研究室に心から感謝の意を表します。

## 参考文献

- (1) 日野幹雄，スペクトル解析，朝倉書店，1977.
- (2) 志池，中川，ダイナミックシステムの統計的解析と制御，サイエンス社，1972.
- (3) 藤井光昭，時系列解析，コロナ社，1974.

- (4) 宮川，佐藤，茅，不規則信号と動特性推定，コロナ社，1969.
- (5) Davenport, R., An Introduction to Theory of RANDOM SIGNALS AND NOISE, McGRAW-HILL, 1958.
- (6) Tree, H. L. Van, Detection, Estimation, and Modulation Theory, Part I, II, III, WILEY, 1968.
- (7) 数理科学，特集「情報量規準」，サイエンス社，No. 3. 1976.
- (8) Cook, B., RADAR SIGNALS an introduction to theory and application, ACADEMIC PRESS, 1967.
- (9) 河野；“VLBIの原理”，電波研季報，24, No. 130, September, 1978.
- (10) 川口，河野；“バンド幅合成法による高精度VLBI方式”，同上。
- (11) 河野；“実時間相関システム”，同上。
- (12) 河野，高橋；“VLBIデータの処理”，同上。
- (13) Rogers, A. E. E. ; “Very long baseline interferometry with large effective bandwidth for phase-delay measurement”, Radio Science, 5, No. 10, October, 1970.
- (14) Moffet, A. T. ; “Minimum-Redundancy Linear Arrays”, IEEE Trans. AP-16, No. 2, March, 1968.
- (15) 安達，後藤；“アンテナの指向性合成の理論と実際，[I], [II], [III]”，電通学誌，59, No. 3, 5, 6, 1976.
- (16) 大場良次；“標本化時刻における不確かさの効果”，計測自動制御学会論文集，12, No. 4, 1976.
- (17) Eykhoff, P., System Identification, WILEY, 1974.
- (18) Ryan, J. W. Ma, C. ; “A Small Data Base Handler for Scientific Applications”, Proceedings, Woodshole Oceanographic Institution, September, 26-28, 1978, (Crustal Dynamics Marrk III VLBI Data Base and Analysis System).
- (19) 川口，；“VLBIにおけるアナログ技術”，1979 RRL Symposium on Very Long Baseline Interferometry, Jury, 1979.
- (20) 土井，関口；“分散型データベース”，情報処理，17, No. 10, 1976.

## 用語の解説

等価信号モデル 統計的に全く同一な入出力特性を

もつように変換したモデル。

**事後確率** 確率変数の振る舞いに関する情報を取得した後の確率変数のとりうる確率。

**事前確率** 確率変数の振る舞いに関する情報を得る前の確率変数のとりうる確率。

**条件付確率** ある既知の条件又はデータを与えたときの確率変数のとりうる確率。事後確率も条件付確率である。

**定常性** 統計的性質が時刻に依存しないこと。

**エルゴード性**  $(-\infty < t < \infty)$  での時間平均がサンプル平均（期待値）に一致すること。

**シュワルツの不等式**  $\int_{-\infty}^{\infty} |f(t)|^2 dt < \infty, \int_{-\infty}^{\infty} |g(t)|^2 dt < \infty$  のときで、

$$|\int_{-\infty}^{\infty} f(t)g^*(t)dt|^2 \leq \int_{-\infty}^{\infty} |f(t)|^2 dt \cdot \int_{-\infty}^{\infty} |g(t)|^2 dt$$

ことをいう。

ただし、等号は  $f(t)=kg(t)$  のときのみ成り立つ。 $k$  は定数。

**奇関数**  $f(x) = -f(-x)$  となる関数  $f(x)$ 。

**偶関数**  $f(x) = f(-x)$  となる関数  $f(x)$ 。

**$E[x]$**   $\int_{-\infty}^{\infty} xP(x)dx, P(x)$  は確率密度関数

**$V_{ar}[x]$**   $E[(x-E(x))^2]$ 。

**不偏推定** 推定値の期待値が真値に一致するような推定法。

**最小分散推定** 推定誤差分散の下限値を達成する推定法。推定誤差分散の下限は Cramér-Rao の不等式<sup>(8)</sup>で与えられる。

**ドップラ角周波数** 電波源と受信機の相対速度が零でないときに生ずる電波の周波数偏移量を角周波数で表したもの。ドップラシフトの角周波数。

**アルゴリズム** 計算手順。

**白色正規雑音** 白色雑音ともいい、 $E\{x(t)x(t-\tau)\} = 0, \tau \neq 0$  となりかつ、振幅が正規分布（ガウス分布）するもの。白色ガウス雑音ともいう。

**自己回帰過程** 現在の出力信号  $x(t)$  は未知の入力  $r(t)$  と過去の出力信号  $x(\tau), \tau < t$  の線形 1 次結合であるようなプロセス<sup>(10)</sup>式をいう。

**有理全極形伝達関数** 自己回帰過程の出力信号  $x(t)$  と入力信号  $\lambda(t)$  の依存関係を示す式であり、分子が 1 で分母が有理整関数になっており、極点のみで零点をもたない伝達関数。音声合成法等で用いられている予測線符号化法はこの伝達関数がもとになっている。

**同定法** 特に本論では、伝達関数のパラメータを求める方法のことである。

**データベース** データバンクや情報検索と同義語的に使われており、「種々の業務（又はユーザ、応用プログラム）に利用できるように統合化された共用ファイルである」と定義されている。

