

遅延校正器における信号注入レベルの検討 その 1

近藤哲朗^{*}, 今江理人^{**}, 川口則幸^{*}, 村上秀俊^{*}

^{*} 鹿島支所

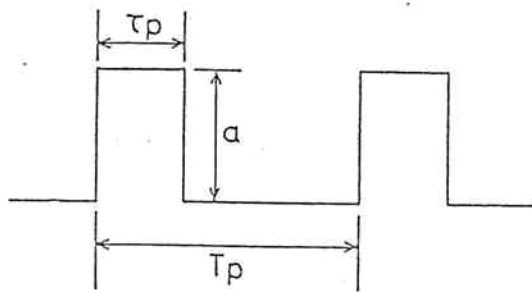
^{**} 同波数標準部

1. はじめに

V L B I 観測において、2 局間の伝播遅延時間を正確に求める為には、それぞれの局での局内遅延時間の変動を校正する必要がある。この局内遅延時間の校正の為、観測中絶えず遅延時間校正用信号が注入される。この校正信号の注入レベルは、信号系(天体電波源信号)の信号対雑音比(SNR)を悪化させない為、必要な精度を得る為の必要最小限レベルである事が望ましい。そこで遅延時間校正用信号の注入レベルの検討を行なった。

2. 遅延時間校正用信号

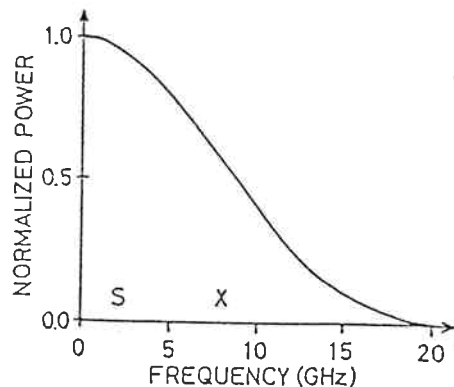
遅延時間校正用信号として第 1 図に示すような、周期 T_p , パルス幅 τ_p , 振幅 a のパルス列を用いる⁽¹⁾。このパルス列による高調波成分は $1/T_p$ Hz ごとに発生し、それぞれの初期位相は互いに等しくなる。このパワースペクトルの包絡線は、



第 1 図. 遅延時間校正用信号

$$P(\omega) = 2 \frac{a^2 \tau_p^2}{T_p^2} \cdot \frac{\text{sinc}^2(\omega \tau_p / 2)}{(\omega T_p / 2)^2} \quad (1)$$

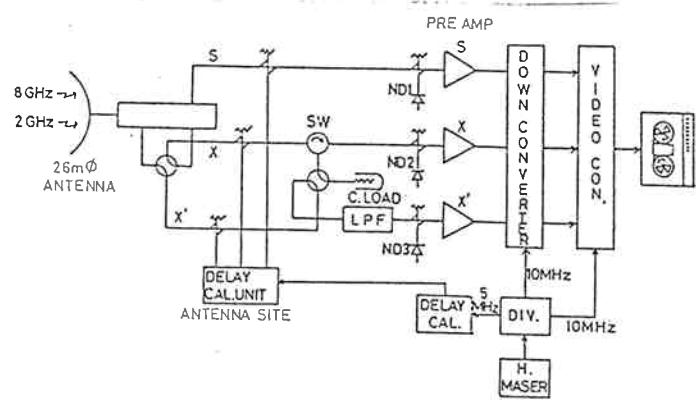
で与えられる。周期 T_p を $1 \mu\text{sec}$, パルス幅 τ_p を 50psec とすると 1MHz ごとに高調波が発生し、パワースペクトルの包絡線は第 2 図のようになる。



第 2 図. 遅延校正信号のパワースペクトル

この遅延時間校正用信号は第 3 図に示されるように、方向性結合器を用いて、アンテナ給電部より、S および X 両バンド

に注入されるが、ビデオ周波数に変換する場合のローカル周波数を較正信号の高調波の一つと 10KHz の差となるように設定する事により、ビデオ帯出力での較正信号周波数が 10KHz 信号となる(オ4図)。この 10KHz 信号の位相を測定することにより、局内遅延時間の較正を行なう。



オ3図

3. 較正信号 SNR と位相誤差

帯域 0 ~ B Hz のビデオ帯での出力電圧は

$$V(t) = S(t) + v_{sys}(t) + v_{source}(t) \quad (2)$$

で表わされる。ここで $S(t)$, $v_{sys}(t)$ および $v_{source}(t)$ はそれぞれ較正信号, システム雑音および天体電

波源からの信号を表わしているが、較正信号に対して、後者の2つは共に雑音として作用する。結局(2)式は、下式と等価となる。

$$V(t) = S(t) + v_n(t) \quad (3)$$

ここで、 $v_n(t)$ は帯域 B の白色雑音同志の和と考えているから、その分散(パワー)は、

$$\sigma^2 = \sigma_{sys}^2 + \sigma_{source}^2 \quad (4)$$

で与えられる。ここで σ_{sys}^2 および σ_{source}^2 はシステム雑音および天体電波源信号の分散(パワー)を表わす。今、 $S(t)$ は較正信号であるから振幅 A, 周波数 f_c (10KHz) および初期位相 ϕ_c の正弦波で表わせる。したがってビデオ帯での較正信号 SNR は A/σ で表わされる。T 秒積分後の $v_n(t)$ の分散を $\sigma_n^2(T)$ とすると、 $v_n(t)$ は白色雑音(ガウス性雑音)であるから

$$\sigma_n^2(T) = \frac{\sigma^2}{2BT} \quad (5)$$

となる。したがって、T 秒積分後の較正信号の SNR を $(S/N)_{cal}$ とすると

$$(S/N)_{cal} = \frac{A}{\sigma} \cdot \sqrt{2BT} \quad (6)$$

一般にノイズが重畳した信号の RMS 位相誤差は $SNR \gg 1$ の場合は、 $1/SNR$ で表わされる。したがって、T 秒積分後の較正信号の RMS 位相誤差 σ_ϕ は下式で与えられる。

$$\sigma_\phi \approx \frac{\sigma}{A\sqrt{2BT}} \quad (\text{ラジアン}) \quad (7)$$

4. 1 bit サンプリングデータにおける較正信号 SNR と位相誤差

V L B I (K - 3) システムでは、ビデオ帯の出力は、1 bit サンプリング (1 bit の A/D 変換) されてデータレコーダーに記録される。この 1 bit サンプリングにより較正信号の SNR が劣化する⁽²⁾ すでに述べたように、ビデオ帯での出力は (3) 式で表わせるが、電圧 V の生起確率は、

$$P(V) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma} \exp \left\{ -\frac{(V-S)^2}{2\sigma^2} \right\} \quad (8)$$

で表わせ、平均値 S、標準偏差 σ のガウス分布となる (図 5)。ビデオ帯出力は、サンプリング周波数 2B で 1 bit サンプリングされるが、その結果を Q(V) とすると、

$$Q(V) = \left. \begin{aligned} &+1, V > 0 \\ &-1, V < 0 \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

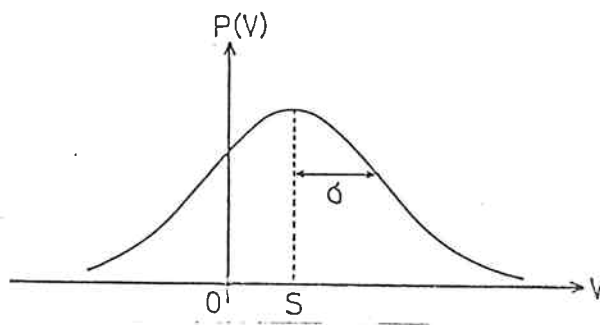


図 5

となる。したがって、Q(V) の平均値 (期待値) は、下式のように計算される。

$$\langle Q(V) \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} Q(V) \cdot P(V) dV = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \left\{ \frac{S}{\sigma} - \frac{1}{\sigma} \left(\frac{S}{\sigma} \right)^3 + \dots \right\} \quad (10)$$

ここで $S/\sigma \ll 1$ の場合は、 $\langle Q(V) \rangle \approx \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot \frac{S}{\sigma}$ と近似される。一方白色雑音 $V_n(t)$ は 1 bit サンプリングにより、もとの分散に無関係にその分散は 1 となり、T 秒積分後の分散は、(5) 式より

$$\sigma_{b-n}^2(T) = \frac{1}{2BT} \quad (11)$$

と表わせる。したがって 1 bit サンプリング後の較正信号の SNR は

$$(S/N)_{cal-b} = \frac{\langle Q(V) \rangle}{\sigma_{b-n}(T)} = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot \frac{A}{\sigma} \cdot \sqrt{2BT} \quad (12)$$

となり、SNR は生データ (1 bit サンプリング前のデータ) に対して $\sqrt{2/\pi}$ となり、SNR の劣化は 20.2% である。1 bit サンプリング後の較正信号の位相誤差は (12) 式より、

$$\sigma_{\phi b} \approx \sqrt{\frac{\pi}{2}} \cdot \frac{\sigma}{A \cdot \sqrt{2BT}} \quad (\text{ラジアン}) \quad (13)$$

となる。図 6 に、位相誤差対積分時間の関係を A/σ をパラメータとして示している。ただしバンド幅 B は 2 MHz である。図で実線は生データ、破線は 1 bit サンプリングされたデータを表わしている。ここで、較正信号の等価雑音温度を T_{eff} とすると、負荷抵抗 R、ボルツマン定数 k および等価帯域中 B_{eff} を用いて、

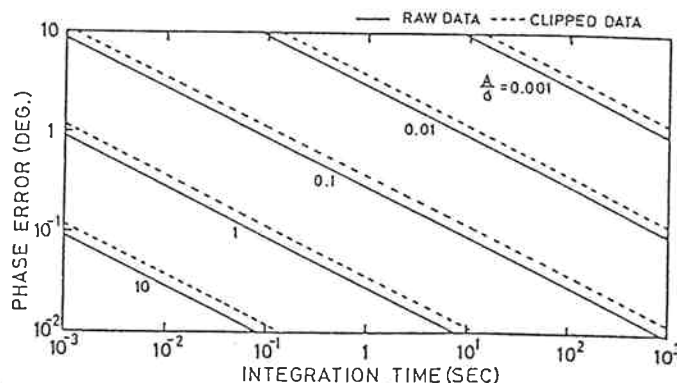


図 6 位相誤差対積分時間

$$\frac{A^2}{2R} = k T_{\text{eff}} B_{\text{eff}} \quad (14)$$

と定義できる。システム雑音温度 T_n と σ との関係は

$$\frac{\sigma^2}{R} = k T_n B \quad (15)$$

と表わせるから、今 B_{eff} を 1 MHz と考えると、(14)、(15) 式より次式の関係を得る。

$$\frac{A}{\sigma} = \sqrt{\frac{T_{\text{eff}}}{T_n}} \quad (16)$$

K-3 システムでは、相関積分の単位は $2.56 \mu\text{sec}$ である。そこで、位相検出の為の積分時間を $2.56 \mu\text{sec}$ とすると、較正信号の位相誤差 1° の精度を得る為には、(13) 式を用いて、 $A/\sigma = 0.022$ となる。システム雑音を 160 K とすると (16) 式より $T_{\text{eff}} = 0.08 \text{ K}$ となる。

5. 較正信号注入による信号系 SNR の劣化

前章まで較正信号の SNR と位相誤差について考察を行ってきたが、ここでは較正信号を注入する事による信号系 (天体電波源信号) SNR の劣化について考える。ビデオ帯での出力は (2) 式で与えられるが、等価雑音温度を用いて、

$$T_v = T_{\text{eff}} + T_{\text{sys}} + T_{\text{source}} \quad (17)$$

と表わせる。ここで T_v はビデオ帯出力の等価雑音温度である。ビデオ帯での信号系の SNR を $(S/N)_v$ とすると、 $(S/N)_v$ は下式で表わされる。

$$(S/N)_v = \left(\frac{T_{\text{source}}}{T_{\text{eff}} + T_{\text{sys}}} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (18)$$

ここで較正信号がない場合の信号系の SNR を $(S/N)_0$ とすると

$$(S/N)_0 = \left(\frac{T_{\text{source}}}{T_{\text{sys}}} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (19)$$

であるから、較正信号を注入した場合の信号系 SNR との比 β は、

$$\beta = \frac{(S/N)_v}{(S/N)_0} = \left[1 + (S/N)_{\text{cal}}^2 \{ 1 + (S/N)_0^2 \} \right]^{-\frac{1}{2}} \quad (20)$$

ここで $(S/N)_{\text{cal}}$ は較正信号の SNR で

$$(S/N)_{\text{cal}} = \left(\frac{T_{\text{eff}}}{T_{\text{sys}} + T_{\text{source}}} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (21)$$

である。VLBI 観測においては通常 $(S/N)_0 \ll 1$ であるから、(20) 式は結局、下式で近似できる。

$$\beta = \left\{ 1 + (S/N)_{\text{cal}}^2 \right\}^{-\frac{1}{2}} \quad (22)$$

β と $(S/N)_{\text{cal}}$ の関係を Fig. 7 に示す。図において破線は左側のスケール、実線は右側のスケールに対して示してある。今、較正信号の SNR を 0.022 とすると $\beta = 0.9976$ となり

信号系のSNRの劣化は0.024%である。

6. まとめ

遅延時間校正用信号のSNRと位相誤差および遅延校正信号注入による信号系SNRの劣化について検討を行なったが、その結果システム雑音温度を160Kとした場合、積分時間2.56μsecで1°の位相誤差で校正する為の注入レベルは等価雑音温度、0.08K(0.1°の位相誤差の場合

は注入レベルは8K)となる。この校正信号注入による信号系SNRの劣化は、0.024%とほとんど無視しうる値である(注入レベル8Kの場合は2.3%)。以上解析的な結果について述べたが、信号系SNR劣化に関する問題については非線型効果が含まれる為、今回の考察では不十分と考えられる。そこで計算機によるシミュレーションを開始している。

現在、装置がまだ完成していないため、校正信号注入レベルと位相誤差および、信号系SNRの劣化についての実験が行えないが、装置が整い次第、実験を行ない、最適な遅延校正信号注入レベルの決定を行なう予定である。

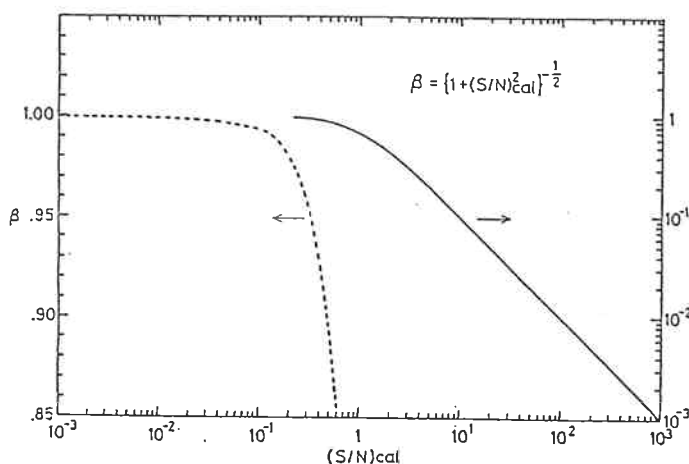


図7. 信号系SNR劣化度対校正信号SNR

参考文献

- (1) 今江, 安田, VLBIシステム遅延時間校正装置, 昭和55年度経緯度研究会集録, P.135-138, 1981年.
- (2) Thomas, J. B., The tone generator and phase calibration in VLBI measurements, DSN Progress Report 42-44, 1978.