

### III-5 バンド幅合成ソフトウェア (KOMB)

近藤哲朗\* 国森裕生\*

(昭和59年7月3日受理)

#### 1. はじめに

バンド幅合成ソフトウェア (KOMB) は、K-3型 VLBI 相関・一次処理システムで最終段に位置し、相関出力データ (KROSS 出力) から、観測量としての遅延時間 ( $\tau_{obs}$ ) および遅延時間変化率 ( $\dot{\tau}_{obs}$ ) を求めるソフトウェアである。

KOMB にはもう一つの大きな機能がある。それは  $\alpha$  および  $\beta$  テープと呼ばれる相関・一次処理結果の保存に用いる磁気テープの作成機能である。

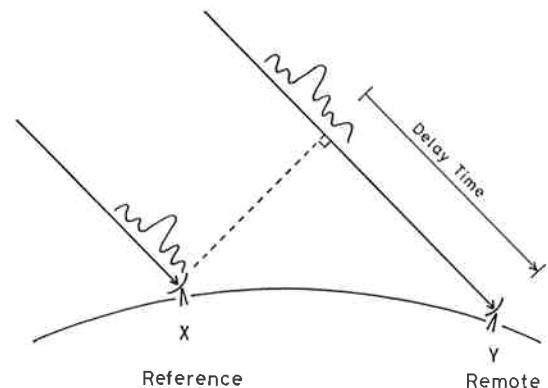
$\tau_{obs}$  および  $\dot{\tau}_{obs}$  を求める計算は粗決定サーチと呼ぶ部分と精決定サーチと呼ぶ部分の二つに大きく分けられる。粗決定サーチは 10 nsec 程度の遅延時間分解能で  $\tau_{obs}$  を求め、相関処理がうまくいったかどうかの判定に用いられる。粗決定サーチの結果、相関が検出されなかったり、相関のピークが相関器の相関窓 (8 bit ラグ = 2  $\mu$ sec) の中央から大きくずれている場合は、相関器に与える予測値を変更して相関処理をやり直す。バンド幅合成とは  $\tau_{obs}$  を 0.1 nsec 以下の分解能で求める精決定サーチ時に用いる手法である。K-3型 VLBI 相関・一次処理システムでバンド幅合成まで行って求められた遅延時間と米国の Mark-III VLBI 相関・一次処理システムで同様に求められた遅延時間とは 0.04 nsec 以内の差で一致した。これは基線長推定の場合の VLBI の目標精度約 3 cm (0.1 nsec) に比べて十分に小さい値である。

本論では、2. で観測量としての遅延時間および遅延時間変化率を求めるアルゴリズムの原理について述べ、3. ではソフトウェアの構成、運用について述べる。ここで  $\alpha$ 、 $\beta$  テープの概要についても述べる (詳細は IV-8 データ相互変換ソフトウェアで述べられる)。さらに 4. では実際に処理した結果を示す。

#### 2. 遅延時間と遅延時間変化率の求め方

##### 2.1 VLBI 観測で得られる遅延時間と遅延時間変化率の定義

VLBI 観測で得られる遅延時間とは参照とする局 (以下 X 局) に到達した波面が、もう一つの局 (以下 Y 局)



第1図 遅延時間の定義。参照とする局 (X局) に対するY局への信号の到達遅れを正に定義する。

にどれだけ遅れて到達するかを表すものであり、X局に対するY局の到達遅れを正に定義する (第1図)。すなわち、それぞれの局での受信信号を  $x(t)$ ,  $y(t)$  とする  $y(t)=x(t-\tau_{obs})$  と表せる。また、観測される遅延時間は次式で表される<sup>(1)</sup>。

$$\tau_{obs}=\tau_g+\tau_p+\tau_i+\tau_e \quad \dots\dots(1)$$

ここで  $\tau_g$ ,  $\tau_p$ ,  $\tau_i$  および  $\tau_e$  はそれぞれ幾何学遅延、伝搬遅延、局内遅延および時刻同期誤差である。 $\tau_g+\tau_p$  の部分が実際の波面の到達時間差としての遅延を表す。遅延時間変化率は  $\dot{\tau}_{obs}$  の時間微分として定義され、

$$\dot{\tau}_{obs}=\frac{d\tau_{obs}}{dt} \quad \dots\dots(2)$$

である。

実際の VLBI 観測では各局それぞれ独立な原子時計を持ち、それぞれの局の時刻ラベルと共に電波源からの信号がデータレコーダに記録される。再生相関処理によって得られる遅延時間は、ある波面が X 局に到達した時の X 局のテープ上に書かれている時刻を  $T_x$ 、その同じ波面が Y 局に到達した時の Y 局のテープ上に書かれている時刻を  $T_y$  すると、

$$\tau_{obs}=T_y-T_x \quad \dots\dots(3)$$

と表せる。また遅延時間変化率を求める際の微分演算子としての時間は X 局の時計の刻みが用いられる。これは相関処理の際の基準となる時刻ラベルとして X 局の時刻ラベルが用いられるためである。

遅延時間の変化が全くない場合は観測される遅延時間

\* 鹿島支所 第三宇宙通信研究室

の参照時刻（注目している波面がX局に到達した時のX局の時刻ラベル）としてどこをとっても良いが、一般には $\tau \neq 0$ であり、遅延時間は刻々と変化する。そこで観測量としての $\tau$ 、 $t$ にエポックが必要となる。この参照に用いる時刻をPRT（Processing Reference Time）と呼ぶ。VLBI観測では、1観測につき数十秒から数百秒の積分を行うが、その観測時間のほぼ中央にPRTを定める。したがってX局の時計でPRTにX局を通過した波面が、Y局を通過した時のY局の時計の時刻を $T_y'$ とすると、

$$\tau_{obs} = T_y' - \text{PRT} \quad \dots(4)$$

で、その観測での遅延時間が表される。相関処理は、相関器に $\tau$ 、 $t$ 、 $\zeta$ までの予測値を与えて行われるがKO MBは相関生データを用いて予測値との残差を $\tau$ 、 $t$ までのサーチを行って求める。すなわち $\tau$ の残差の時間に対する一次傾斜までのサーチを行い、PRTにおける $\tau_{obs}$ および $t_{obs}$ を求めていた。

## 2.2 VLBIにおける最尤推定と相互相関

VLBI観測データの一次処理には相互相関が用いられるが、相互相関法により遅延および遅延時間変化率を求める方法が、いわゆる最尤推定法による遅延および遅延時間変化率の推定となっている。

最尤推定法というのは推定量を見つけるための一般的な方法である。今、確率変数 $(X_1, X_2, \dots, X_n)$ の条件付同時確率分布を

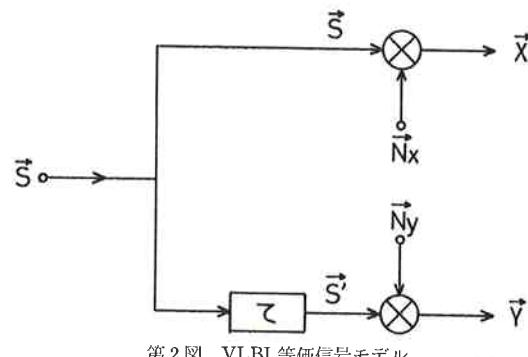
$$P_\theta(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad \dots(5)$$

とする。ここで $\theta$ は未知母数である。すなわち(5)式は母数の値が $\theta$ のときの標本 $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ の得られる確率を表している。ここで、標本値 $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ を固定して、これを $\theta$ の関数と考えた場合の $P_\theta(x_1, x_2, \dots, x_n)$ を $\theta$ の尤度関数（likelihood function）および $L(\theta)$ で表す。すなわち、

$$L(\theta) = P_\theta(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad \dots(6)$$

である。この尤度関数値を最大にする $\theta$ の値 $\hat{\theta}$ を $\theta$ の推定量とする方法を最尤推定法と呼ぶ。つまり現実に得られた標本値 $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ をもとに、この標本値が得られる確率が最も大きくなるような $\theta$ の値を真の $\theta$ と考えようということである。

VLBI観測では確率変数として各局での受信電圧 $[x(t), y(t)]$ 、未知母数として遅延時間 $\tau$ を考えた最尤推定法問題を考えることができる。つまり、 $\tau$ を色々と変化させて $x(t), y(t)$ を得る確率が最大となる $\tau$ を推定することになるが、このことからも相互相関係数が最大となる $\tau$ を求めることが、最尤推定となることが想像される。Whitney<sup>(2)</sup>は第2図に示されるVLBI等価信号モデルを用いて、VLBI観測データ一次処理における



第2図 VLBI等価信号モデル

最尤推定は相互相関係数が最大となる $\tau$ および $\zeta$ を求めるうことと等価であることを、周波数領域および時間領域での議論の二つの方法で示している。ここではWhitneyの方法に沿って周波数領域での議論を簡単に紹介する。

信号は $N$ 個の複素周波数成分を持ち、その実部と虚部は独立なガウス分布に従いすべての成分は互いに独立とする。

$$\begin{aligned} \vec{S} &= (S_1, \dots, S_j, \dots, S_N) \\ 1 \leq j &\leq N \\ \langle S_i \cdot S_j \rangle &= 0 \quad i \neq j \end{aligned} \quad \dots(7)$$

ここで $\langle \rangle$ はアンサンブル平均（=時間平均）を表す。それぞれの局で独立なガウス雑音が加わるから、結局受信信号は、

$$\vec{X} = \vec{S} + \vec{N}_x \quad \dots(8)$$

$$\vec{Y} = \vec{S}' + \vec{N}_y \quad \dots(9)$$

$S'$ は、 $S$ に対して $\tau$ だけ遅延のある信号だから、

$$\vec{S}' = \vec{S} e^{-i\omega\tau} \quad \dots(10)$$

ここで $\omega$ は角周波数である。最尤推定は $L(\tau) = P_r(\vec{X}, \vec{Y})$ を最大化する $\tau$ を求めることがある。 $L(\tau)$ の表式を求める準備として $P(\vec{S}, \vec{N}_x, \vec{N}_y)$ を求める。それぞれ独立なガウス雑音であるから同時確率分布は、

$$\begin{aligned} P(\vec{S}, \vec{N}_x, \vec{N}_y) &= \prod_{j=1}^N \frac{1}{2\pi\sigma_{sj}^2} \cdot \exp\left\{-\frac{|S_j|^2}{2\sigma_{sj}^2}\right\} \cdot \\ &\quad \frac{1}{2\pi\sigma_{nxj}^2} \exp\left\{-\frac{|N_{xj}|^2}{2\sigma_{nxj}^2}\right\} \cdot \frac{1}{2\pi\sigma_{nyj}^2} \cdot \\ &\quad \exp\left\{-\frac{|N_{yj}|^2}{2\sigma_{nyj}^2}\right\} \end{aligned} \quad \dots(11)$$

ここで $j$ は周波数成分を表し、 $\sigma$ はそれぞれのガウス分布の分散を表す（実部と虚部は同じ分散とする）。(8)、(9)、(10)式および(11)式より $P_r(\vec{X}, \vec{Y}, \vec{S})$ を求める

$$\begin{aligned} P_r(\vec{X}, \vec{Y}, \vec{S}) &= \prod_{j=1}^N \frac{1}{(2\pi)^3 \sigma_{sj}^2 \sigma_{nxj}^2 \sigma_{nyj}^2} \\ &\quad \cdot \exp\left\{-\frac{|S_j|^2}{2\sigma_{sj}^2}\right\} \cdot \exp\left\{-\frac{|X_j - S_j|^2}{2\sigma_{nxj}^2}\right\} \end{aligned}$$

$$\cdot \exp \left\{ -\frac{|Y_j - S_j e^{-i\omega_j \tau}|^2}{2\sigma_{nyj}^2} \right\} \quad \dots\dots(12)$$

ここで

$$|X_j - S_j|^2 = |X_j|^2 + |S_j|^2 - 2R\Re[S_j \cdot X_j^*]$$

(\* は複素共役を表わす)

および

$$|X_j - S_j e^{-i\omega_j \tau}|^2 = |Y_j|^2 + |S_j|^2 - 2R\Re[Y_j^* \cdot S_j e^{-i\omega_j \tau}]$$

であるから結局(12)式は、

$$\begin{aligned} P_\tau(\vec{X}, \vec{Y}, \vec{S}) &= \prod_{j=1}^N \frac{1}{(2\pi)^2 \sigma_{nxj}^2 \sigma_{nyj}^2} \\ &\cdot \exp \left\{ -\frac{|X_j|^2}{2\sigma_{nxj}^2} - \frac{|Y_j|^2}{2\sigma_{nyj}^2} \right\} \cdot \exp \left[ -\frac{1}{2} \right. \\ &\left. \left( |S_j|^2 \frac{\sigma_{nxj}^2 \sigma_{nyj}^2 + \sigma_{sj}^2 \sigma_{nyj}^2 + \sigma_{sj}^2 \sigma_{nxj}^2}{\sigma_{sj}^2 \sigma_{nxj}^2 \sigma_{nyj}^2} \right) \right. \\ &\left. + R\Re \left\{ S_j \left( \frac{X_j^*}{\sigma_{nxj}^2} + \frac{Y_j^* e^{-i\omega_j \tau}}{\sigma_{nyj}^2} \right) \right\} \right] \quad \dots\dots(13) \end{aligned}$$

となる。ここで

$$\sigma_j = \frac{\sigma_{nxj}^2 \sigma_{nyj}^2 \sigma_{njy}^2}{\sigma_{nxj}^2 \sigma_{nyj}^2 + \sigma_{sj}^2 \sigma_{nyj}^2 + \sigma_{sj}^2 \sigma_{nxj}^2} \quad \dots\dots(14)$$

$$Z_j = \frac{X_j^* \sigma_j^2}{\sigma_{nxj}^2} + \frac{Y_j^* e^{-i\omega_j \tau} \sigma_j^2}{\sigma_{nyj}^2} \quad \dots\dots(15)$$

とおき、(13)式を  $S$  について積分し  $P_\tau(\vec{X}, \vec{Y})$  を得る。すなわち、

$$\begin{aligned} P_\tau(\vec{X}, \vec{Y}) &= \int_{-\infty}^{\infty} P_\tau(\vec{X}, \vec{Y}, \vec{S}) d\vec{S} \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \prod_{j=1}^N \frac{1}{(2\pi)^2 \sigma_{sj}^2 \sigma_{nxj}^2 \sigma_{nyj}^2} \\ &\cdot \exp \left\{ -\frac{|X_j|^2}{2\sigma_{nxj}^2} - \frac{|Y_j|^2}{2\sigma_{nyj}^2} \right\} \cdot \exp \\ &\left\{ -\frac{|S_j|^2}{2\sigma_j^2} + \frac{R\Re[S_j Z_j]}{\sigma_j^2} \right\} d\vec{S} \quad \dots\dots(16) \end{aligned}$$

ここで

$$-|S_j|^2 + R\Re[S_j Z_j] = -[|S_j - Z_j|^2 - |Z_j|^2]$$

を用いて(16)式の積分を行うと、最終的に

$$\begin{aligned} P_\tau(\vec{X}, \vec{Y}) &= \prod_{j=1}^N \frac{1}{(2\pi)^2 \sigma_{sj}^2 \sigma_{nxj}^2 \sigma_{nyj}^2} \cdot \exp \\ &\left\{ -\frac{|X_j|^2}{2\sigma_{nxj}^2} - \frac{|Y_j|^2}{2\sigma_{nyj}^2} + \frac{|Z_j|^2}{2\sigma_j^2} \right\} \quad \dots\dots(17) \end{aligned}$$

を得る。今、 $L(\tau)$  を最大化する  $\tau$  の推定量  $\hat{\tau}$  を

$$\hat{\tau} = \arg \max_{\tau} L(\tau) = \arg \max_{\tau} P_\tau(\vec{X}, \vec{Y})$$

と表すと、 $\hat{\tau}$  は(17)式を最大化する  $\tau$  である。さらに(15)

式の右辺中  $\tau$  に依存するのは  $|Z_j|^2$  の項のみであるから、(17)式を最大化する  $\tau$  は  $\tau |Z_j|^2$  を最大化する  $\tau$  と等価である。つまり、

$$\arg \max_{\tau} \{P_\tau(\vec{X}, \vec{Y})\} = \arg \max_{\tau} \{ |Z_j|^2 \}$$

(15)式より

$$\begin{aligned} |Z_j|^2 &= \frac{\sigma_j^4}{\sigma_{nxj}^4} |X_j^*|^2 + \frac{\sigma_j^4}{\sigma_{nyj}^4} |Y_j^* e^{-i\omega_j \tau}|^2 \\ &+ \frac{2\sigma_j^4}{\sigma_{nxj}^2 \sigma_{nyj}^2} \operatorname{Re} \{ X_j Y_j^* e^{-i\omega_j \tau} \} \quad \dots\dots(18) \end{aligned}$$

と表されるが、(18)式の第2項は  $|Y_j^* e^{-i\omega_j \tau}| = |Y_j|$  と  $\tau$  に依存しないから(18)式中  $\tau$  に依存するのは第3項のみである。したがって  $P_\tau(\vec{X}, \vec{Y})$  を最大化する  $\tau$  は、

$$\begin{aligned} \arg \max_{\tau} \prod_{j=1}^N \frac{\sigma_j^2}{(2\pi)^2 \sigma_{sj}^2 \sigma_{nxj}^2 \sigma_{nyj}^2} \\ \exp \left\{ \frac{2\sigma_j^4}{\sigma_{nxj}^2 \sigma_{nyj}^2} \operatorname{Re} \{ X_j Y_j^* e^{-i\omega_j \tau} \} \right\} \end{aligned}$$

と等価であり、 $\sigma$  が  $j$  に依存しない場合は結局、

$$\hat{\tau} = \arg \max_{\tau} \left\{ \sum_{j=1}^N \operatorname{Re} \{ X_j Y_j^* e^{-i\omega_j \tau} \} \right\} \quad \dots\dots(19)$$

となる。ここで一般の場合、受信信号は周波数変換を行い、適当な周波数帯に変換されるが、その場合は、

$$\vec{S}' = \vec{S} e^{-i(\omega t + \phi)}$$

と、局部発振器同志の位相差が加わるが、この場合(19)式は下式のように  $\tau$ ,  $\phi$  についての式となる。

$$\hat{\tau}, \hat{\phi} = \arg \max_{\tau, \phi} \left\{ \sum_{j=1}^N \operatorname{Re} \{ X_j Y_j^* e^{-i(\omega_j \tau + \phi)} \} \right\} \quad \dots\dots(20)$$

(20)式は  $\hat{\tau}$  に関しては次式と等価である。

$$\hat{\tau} = \arg \max_{\tau} \left| \sum_{j=1}^N \{ X_j Y_j^* e^{-i\omega_j \tau} \} \right| \quad \dots\dots(21)$$

$\hat{\phi}$  は(20)式の  $| \cdot |$  の中の  $\hat{\tau}$  における複素数の位相として求められる。(20)式の  $| \cdot |$  の中は相互相關の定義式そのものであり、 $\tau$  の最尤推定値は相互相關係数を最大化する  $\tau$  と等価であることを示している。遅延時間変化率を入れても同様の議論が成り立ち、 $\tau$ ,  $\hat{\tau}$  および  $\phi$  の最尤推定値は、

$$\begin{aligned} \hat{\tau}, \hat{\tau}, \hat{\phi} &= \arg \max_{\tau, \hat{\tau}, \phi} \left\{ \sum_{k=1}^K \sum_{j=1}^N \right. \\ &\left. \operatorname{Re} \{ X_j Y_j^* e^{-i(\omega_j (\tau + \hat{\tau} t_k) + \phi)} \} \right\} \quad \dots\dots(22) \end{aligned}$$

で与えられる。ここで  $k$  は時間方向のインデックスである。(22)式は  $\tau$ ,  $\hat{\tau}$  に関しては次式と等価である。すなわち、

$$\hat{\tau}, \hat{t} = \operatorname{Arg} \max_{\tau, t} \left| \sum_{k=1}^K \sum_{j=1}^N X_j Y_j^* e^{-i\omega_j(\tau + t t_k)} \right| \quad \dots \dots (23)$$

であり、 $\hat{\phi}$  は(23)式中、右辺の  $| |$  の中の  $\hat{\tau}, \hat{t}$  における位相として求められる。

### 2.3 相互相関関数

2. で VLBI 観測データ一次処理における  $\tau$  および  $t$  の最尤推定は相互相関係数を最大化する  $\tau$  および  $t$  と等価であることを示した。ここでは白色雑音受信時の相互相関関数を求め、その性質を述べる。さらに相関器でフリンジストッピングという操作を施した後の相関関数にもふれる。

2.2 で述べたように、X 局での受信信号を  $x(t)$ 、Y 局での受信信号を  $y(t)$  とすると、相互相関関数  $R_{xy}(\tau)$  は

$$R_{xy}(\tau) = \langle x(t) \cdot y(t-\tau) \rangle \quad \dots \dots (24)$$

である。 $R_{xy}(\tau)$  とクロススペクトルは互いにフーリエ変換の関係にあるから、クロススペクトルの逆フーリエ変換として  $R_{xy}(\tau)$  が求められる。

まず周波数変換をしないで受信信号直接の相互相関関数を求める。クロススペクトルを  $S_{xy}(\omega)$  とすると、(8), (9)式を複素数表示した  $X(\omega)$ ,  $Y(\omega)$  を用いて、

$$\begin{aligned} S_{xy}(\omega) &= X(\omega) Y^*(\omega) \\ &= S(\omega) S'^*(\omega) + S(\omega) N_y^*(\omega) \\ &\quad + N_x(\omega) S'^*(\omega) + N_x(\omega) N_y^*(\omega) \end{aligned} \quad \dots \dots (25)$$

である。ここで  $S$ ,  $N_x$ ,  $N_y$  はそれぞれ統計的に独立なガウス雑音であるから右辺の第 2 項以降は 0 とみなせる。さらに  $S$  と  $S'$  は(10)式の関係があるから、結局、

$$S_{xy}(\omega) = |S(\omega)|^2 e^{i\omega\tau_g} \quad \dots \dots (26)$$

となる。ここでは X 局、Y 局間の信号遅延を  $\tau_g$  とおいている。したがって  $\omega_0$  から  $\omega_0 + \omega_B$  の帯域の白色雑音を受信した場合の規格化相互相関関数は、

$$\begin{aligned} r_{xy}(\tau) &= \frac{\int S_{xy}(\omega) e^{i\omega\tau} d\omega}{\int |X(\omega)| d\omega \cdot \int |Y(\omega)| d\omega} \\ &= \rho_0 \cos [(\omega_0 + \pi B)(\tau + \tau_g)] \frac{\sin \pi B(\tau + \tau_g)}{\pi B(\tau + \tau_g)} \end{aligned} \quad \dots \dots (27)$$

となる。ここで、

$$\rho_0 = \sqrt{\frac{T_{ax} T_{ay}}{(T_{ax} + T_{nx})(T_{ay} + T_{ny})}}, \quad B = \frac{\omega_B}{2\pi}$$

であり、 $T_{ax}$ ,  $T_{nx}$ ,  $T_{ay}$  および  $T_{ny}$  はそれぞれ X 局、Y 局での電波源信号のアンテナ受信温度およびシステム雑音温度である。

実際の VLBI 観測では受信信号はビデオ帯域に変換された後、相互相関処理が行われる。そこでビデオ帯域に

変換された信号の相互相関関数を求める。X 局、Y 局それぞれにおいて角周波数  $\omega_x$ ,  $\omega_y$  で位相が  $\phi_x$ ,  $\phi_y$  である局部発振器で周波数変換された後のスペクトル（ビデオスペクトル）を  $X_v(\omega)$ ,  $Y_v(\omega)$  とすると、

$$X_v(\omega) = X(\omega + \omega_x) e^{-i\phi_x} + X(\omega - \omega_x) e^{i\phi_x} \quad \dots \dots (28)$$

$$Y_v(\omega) = Y(\omega + \omega_y) e^{-i\phi_y} + Y(\omega - \omega_y) e^{i\phi_y} \quad \dots \dots (29)$$

と表される。(28), (29)式の右辺は第 1 項が USB (上側波帶), 第 2 項は LSB (下側波帶) を表す。以下の議論では USB のみを扱うが LSB および両側波帶を用いても同様の議論が成り立つ。ビデオ帯でのクロススペクトルを  $S_{xy}^v(\omega)$  とすると、

$$\begin{aligned} S_{xy}^v(\omega) &= [X(\omega + \omega_x) e^{-i\phi_x}] [Y(\omega + \omega_y) e^{-i\phi_y}]^* \\ &= S(\omega + \omega_x) S'^*(\omega + \omega_y) e^{i(\phi_y - \phi_x)} \\ &\approx |S(\omega + \omega_x)|^2 e^{i\omega\tau_g} e^{i(\phi_y - \phi_x)} e^{i(\omega_y - \omega_x)t} \end{aligned} \quad \dots \dots (30)$$

である。ただし、 $|\omega_y - \omega_x| \ll 1$  のもとで、

$$S^*(\omega + \omega_y) \approx S^*(\omega + \omega_x) e^{i(\omega_y - \omega_x)t}$$

と表せることを用いている。さらに、

$$\theta = \phi_y - \phi_x + (\omega_y - \omega_x)t$$

$$\omega' = \omega + \omega_x$$

$$\omega_0 = \omega_x$$

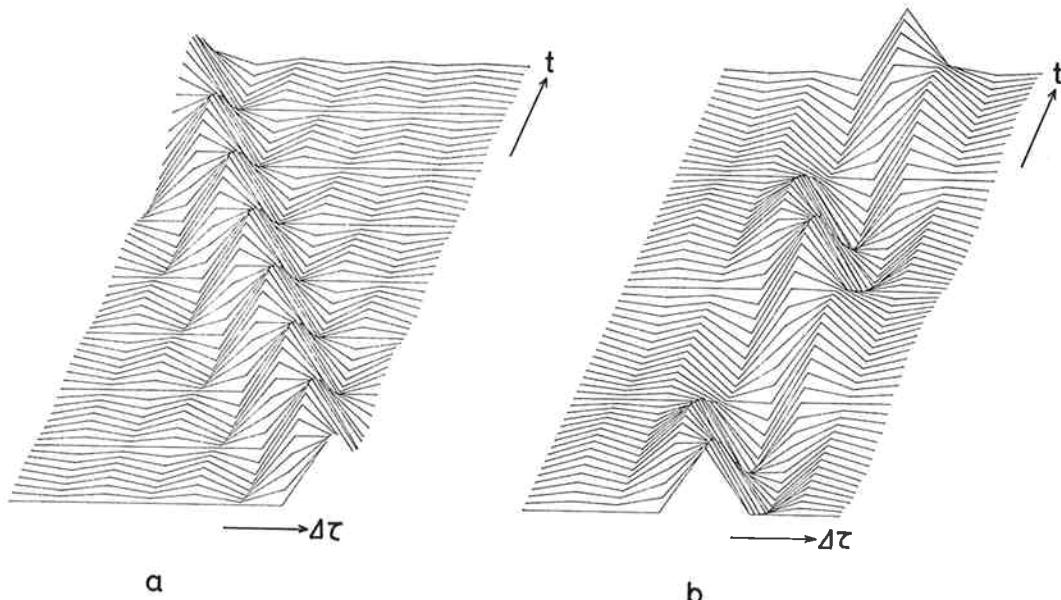
とおくと、

$$S_{xy}^v(\omega) = |S(\omega)|^2 e^{i\theta} e^{i\omega_0\tau_g} e^{i\omega\tau_g} \quad \dots \dots (31)$$

となる。したがってビデオ帯で 0 から  $\omega_B$  の白色雑音受信時の規格化相互相関関数は次式で表される。

$$\begin{aligned} r_{xy}^v(\tau) &= \frac{\int S_{xy}^v(\omega) e^{i\omega\tau} d\omega}{\int |X_v(\omega)| d\omega \cdot \int |Y_v(\omega)| d\omega} \\ &= \rho_0 \cos [\theta + \omega_0\tau_g + \pi B(\tau + \tau_g)] \cdot \\ &\quad \frac{\sin \pi B(\tau + \tau_g)}{\pi B(\tau + \tau_g)} \end{aligned} \quad \dots \dots (32)$$

(32)式で  $\omega_0\tau_g$  の項がフリンジ位相と呼ばれ相関関数の形に関与し、 $\pi B(\tau + \tau_g)$  の項は相関関数の時間軸方向の平行移動を表す（それぞれの効果を第 3 図に示す）。さて、(27)式と(32)式の違いは  $\tau_g$  を  $\tau_g + \Delta\tau_g$  と変化させた場合明らかとなる。(27)式は  $\tau_g$  の変化は  $\tau$  のみで吸収できること、すなわち、相関器での遅延量変化 (delay tracking) だけで、相関関数の形を保てることを意味しているが、(32)式では  $\cos$  の中に  $\omega_0\Delta\tau_g$  という位相項が現れ、相関器での遅延量変化以外に  $\omega_0\Delta\tau_g$  つまりフリンジ位相回転の補正（フリンジストッピング）を行わなければ相関関数の形が変化してしまうことを意味している。第 3 図からも明らかなように相関関数の形が  $\tau_g$  の変化とともに変化すると、積分により相関関数のピークが 0 になってしまふ。その為 K-3 相関器では遅延の補正と同時に



第3図 相互相関関数における予測遅延時間変化の効果とフリンジ回転の効果。図は横軸に8ビットの遅延時間をとり奥行き方向に時間軸をとっている。aは8ビットの予測遅延の変化があった場合の相関関数の変化を示し、bは2回転のフリンジ回転があった場合の相関関数の変化を示す。

にフリンジストッピングも行いつつ相関処理を行う（詳細は本特集号の III-2 に述べられている）。相関器でのフリンジストッピングはX局時系列にcosおよびsin関数を乗することによって行われている。2.4以降の議論への準備として、相関器から出力される相互相関関数のcos成分とsin成分と実際のフリンジストッピング後の相関関数との関係を求めておく。

実際の議論に入る前に定性的にフリンジストッピングを説明する。遅延変化率が正ということは、Y局への信号はドップラーシフトによりX局の信号より周波数が下がって受信されることを意味している。したがってX局の受信信号も同様に下がってから相互相関を行わなければならぬ。この受信信号の周波数を下げる（遅延変化率が負の場合には上げる）操作がフリンジストッピングである。相関器内部ではcos関数およびsin関数と受信信号をミキシングすることにより周波数変換を行っている。さて、cos関数およびsin関数を乗じられた後の時系列を $x_r(t)$ および $x_i(t)$ とし、それらのフーリエ変換を $X_r(\omega)$ 、 $X_i(\omega)$ とすると、

$$x_r(t) = x(t) \cdot \cos(\omega_f t + \phi_0) \quad \dots \dots \text{33}$$

$$x_i(t) = x(t) \cdot \sin(\omega_f t + \phi_0) \quad \dots \dots \text{34}$$

$$X_r(\omega) = \frac{1}{2} [e^{i\phi_0} X(\omega - \omega_f) + e^{-i\phi_0} X(\omega + \omega_f)] \quad \dots \dots \text{35}$$

$$X_i(\omega) = \frac{1}{2} [e^{i\phi_0} X(\omega - \omega_f) - e^{-i\phi_0} X(\omega + \omega_f)] \quad \dots \dots \text{36}$$

である。ここで $\omega_f$ はフリンジストッピングを行う角周波数、 $\phi_0$ はフリンジ初期位相である。相関器では、 $x_r(t)$ 、 $x_i(t)$ とY局時系列 $y(t)$ との相互相関がとられる。すなわち、

$$R_r(\tau) = \langle x_r(t) \cdot y(t - \tau) \rangle \quad \dots \dots \text{37}$$

$$R_i(\tau) = \langle x_i(t) \cdot y(t - \tau) \rangle \quad \dots \dots \text{38}$$

で、それぞれ相関器からのcos成分出力およびsin成分出力が表される。相互スペクトルの逆フーリエ変換として $R_r(\tau)$ および $R_i(\tau)$ を求めるとき、

$$\begin{aligned} R_r(\tau) &= \int [X_r(\omega) \cdot Y^*(\omega)] e^{i\omega\tau} d\omega / 2\pi \\ &= \frac{1}{2} U(\tau) + \frac{1}{2} L(\tau) \end{aligned} \quad \dots \dots \text{39}$$

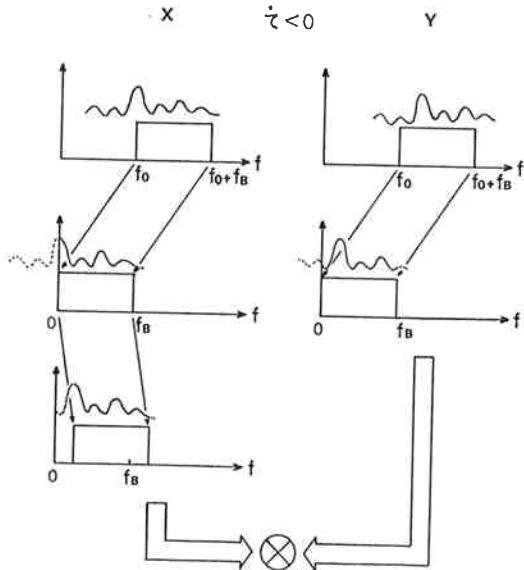
$$\begin{aligned} R_i(\tau) &= \int [X_i(\omega) \cdot Y^*(\omega)] e^{i\omega\tau} d\omega / 2\pi \\ &= -\frac{i}{2} U(\tau) + \frac{i}{2} L(\tau) \end{aligned} \quad \dots \dots \text{40}$$

となる。ただし、

$$U(\tau) = \int [X(\omega - \omega_f) e^{i\phi_0} Y^*(\omega)] e^{i\omega\tau} d\omega / 2\pi \quad \dots \dots \text{41}$$

$$L(\tau) = \int [X(\omega + \omega_f) e^{-i\phi_0} Y^*(\omega)] e^{i\omega\tau} d\omega / 2\pi \quad \dots \dots \text{42}$$

である。 $(\text{41})$ 式はX局の受信信号を $\omega_f$ だけ高い方へずらした信号とY局の信号との相互相関を意味し、 $(\text{42})$ 式はX局の受信信号を $\omega_f$ だけ低い方へずらした信号とY局の信号との相互相関を意味している（第4図）。つまり、 $U(\tau)$ は遅延変化率が負の場合の処理に相当し、 $L(\tau)$ は遅延変化率が正の場合に相当している。 $(\text{39})$ 、 $(\text{40})$ 式を $U$ 、 $L$ について解き次式を得る。

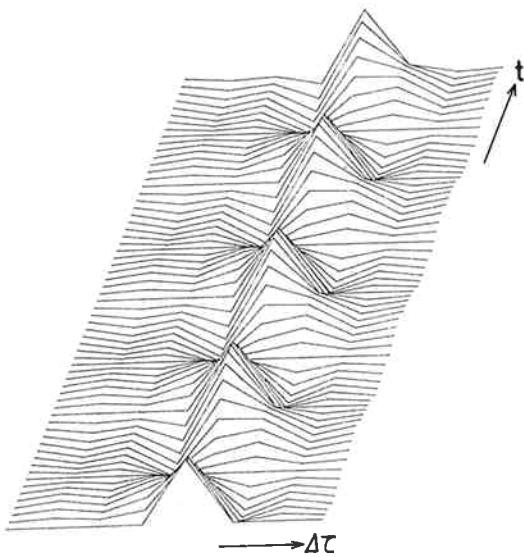


第4図 フリンジストッピングの定性的理解。図は遅延変化率が負の場合を示している。この場合  $Y$  局で受信される信号スペクトルはドップラーシフトのため、高い方にずれている。したがって、同一のローカル周波数でビデオ帯域に周波数変換された信号のスペクトルは  $XY$  局で周波数方向にずれているため、そのまま相互相関をとっては相関がない。そこで  $X$  局のビデオ信号をドップラーシフトに相当する分だけ周波数を上げて相関をとる。

$$U(\tau) = R_r(\tau) + iR_i(\tau) \quad \dots\dots(43)$$

$$L(\tau) = R_r(\tau) - iR_i(\tau) \quad \dots\dots(44)$$

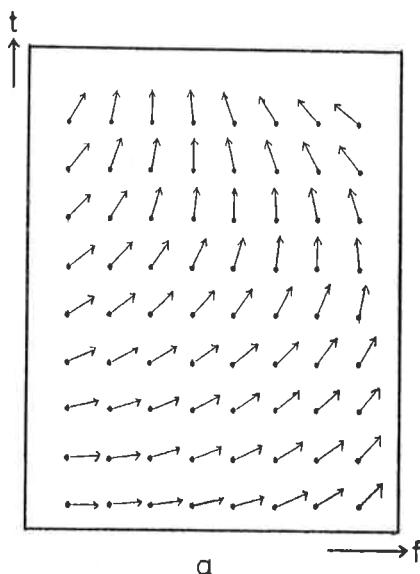
したがって、フリンジストッピング後の相互相関関数は



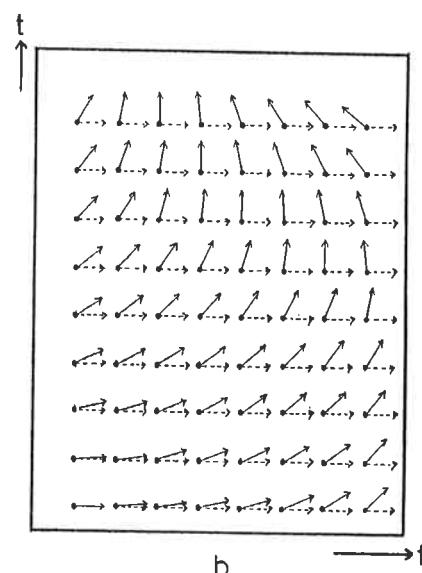
第5図 フリンジストッピング後の相互相関関数・第3図に見られるフリンジ位相回転が全体にならされている。

$$R(\tau) = R_r(\tau) \pm i R_i(\tau) \quad \dots\dots(45)$$

で与えられる。ただし複号の $+/-$ は $\dot{t} < 0$ の場合であり、 $-/-$ は $\dot{t} > 0$ の場合である。 $\text{式}$ は相関器で行うフリンジストッピングが正の回転のみでも、 $\cos$ 成分出力と $\sin$ 成分出力の結合符号を考慮するのみで正負両回転のフリンジストッピングが実現できることを意味している。第5図にフリンジストッピングを行った相関関数例を示す。



第6図  $d\tau$ ,  $d\hat{\tau}$  の効果。a :  $d\tau$  は周波数軸方向に位相回転を起こし,  $d\hat{\tau}$  は時間軸方向に位相回転を起こす。  
 b :  $d\tau$ ,  $d\hat{\tau}$  を補正すると直線で示されるベクトルのようにすべて同じ方向を向けることができる



## 2.4 遅延残差および遅延変化率残差の求め方

K-3 相関器では  $\tau$ ,  $\dot{\tau}$  および  $\ddot{\tau}$  までの予測値が与えられて相関処理が行われる。ここでは相関処理結果から予測値と真の遅延時間および遅延変化率との残差 ( $\Delta\tau$  および  $\Delta\dot{\tau}$ ) を求める方法を述べる。

相関器から出力される相互相関関数をフーリエ変換したクロススペクトルを用いて  $\Delta\tau$  および  $\Delta\dot{\tau}$  の求め方の原理を説明する。第6図aはクロススペクトルをベクトル表示で示しているが、 $\Delta\tau$  の効果は周波数領域での位相回転となり、 $\Delta\dot{\tau}$  は時間軸領域での位相回転効果となる。この周波数領域および時間軸領域で回転しているベクトルに  $\Delta\tau$ ,  $\Delta\dot{\tau}$  の補正を行うと、第6図bのように、すべてのベクトルを同じ方向に向けることができ、この時、周波数方向および時間軸方向に積分して得られる相関強度が最大となる(2.2で述べた相関強度が最大となる  $\Delta\tau$  と  $\Delta\dot{\tau}$  と一致する)。

KOMBでの $\Delta\tau$ と $\Delta\dot{\tau}$ のサーチは2段階に分かれ。まず $\Delta\tau$ の効果としてビデオ帯域内のみを考えた $\Delta\tau$ と $\Delta\dot{\tau}$ のサーチが行われるが、これを粗決定サーチまたは( $\Delta\dot{\tau}$ のサーチはフレンジレートの残差を求める操作となるので) フレンジサーチと呼ぶ。粗決定サーチは相関処理結果の判定に用いる。粗決定サーチの結果、相関が検出されなかったり、相関のピークが相関器の相関ラグウインドー(8 bit ラグ=2 μsec)の中央から大きくずれていた場合は、相関器に与える予測値(主に時刻同期誤差)を変更し、相関処理をやり直し相関器の相関ラグウインドーのはば中央に相関強度の最大点がくるようにする。粗決定サーチで得られる遅延時間の分解能は10 nsec程度であるが、粗決定サーチで得た $\Delta\tau$ と $\Delta\dot{\tau}$ をもとに遅延時間を0.1 nsec以下の分解能で求める精決定サーチを行う。精決定サーチでは $\Delta\tau$ の補正をビデオ帯域内のみにとどまらず、周波数 ch 間の補正も行い等価的に広帯域な信号を処理したと同程度の遅延時間分解能を得る(バンド幅合成)<sup>(3)</sup>。

### 2.4.1 粗決定サーチ

相関器からは PP(Parameter period) の略で相関器での積分時間の単位である) ごとに、

- ① 相関積分カウント値、
- ② 積分閾とビットカウント値、および
- ③ 位相較正信号(PCAL信号) 位相検出相関カウント値が出力される。①は8 bit ラグの相互相関積分カウント値で cos 成分および sin 成分がある(これをそれぞれ  $a_r(n, k, d)$  および  $a_i(n, k, d)$  とする。ただし  $n$ ,  $k$  および  $d$  はそれぞれ周波数 ch, PP 番号および bit ラグを示すインデックスである)。②は①の相関積分に関与したビット数のカウント値でやはり cos 成分と sin

成分がある(これをそれぞれ  $A_r(n, k)$ ,  $A_i(n, k)$  とする)。③はバンド幅合成処理を行う際の周波数 ch ごとの位相較正の為に注入されている PCAL(phase calibration) 信号の位相<sup>(4)</sup>を検出するための積分カウント値であり、X局、Y局独立にそれぞれ cos 成分および sin 成分が出力される(これをそれぞれ  $P_{xr}(n, k)$ ,  $P_{xi}(n, k)$ ,  $P_{yr}(n, k)$  および  $P_{yi}(n, k)$  とする)。

①は②を用いて、また③は PP 中の全ビット数( $N_{pp}$ )を用いて規格化を行う。規格化後の複素相互相関関数を  $R(n, k, d)$  とすると、

$$Re[R(n, k, d)] = (2a_r(n, k, d) - A_r(n, k)) / A_r(n, k)$$

$$Im[R(n, k, d)] = -(2a_i(n, k, d) - A_i(n, k)) / A_i(n, k)$$

となる。虚部の一の符号は2.3で述べた相関器で行うフリンジストッピングを正回転のみとした場合の複素相互相関関数の関係から導かれる。規格化後の PCAL 位相検出相関カウント値の X局の cos 成分および sin 成分をそれぞれ  $Q_{xr}(n, k)$  および  $Q_{xi}(n, k)$  とすると、

$$Q_{xr}(n, k) = (2 \cdot P_{xr}(n, k) - N_{pp}) / N_{pp}$$

$$Q_{xi}(n, k) = -(2 \cdot P_{xi}(n, k) - N_{pp}) / N_{pp}$$

で与えられる。これから、X局の PCAL 信号の位相  $\phi_{nx}(k)$  は、

$$\phi_{nx}(k) = \tan^{-1} \left\{ \frac{Q_{xi}(n, k)}{Q_{xr}(n, k)} \right\}$$

で求められる。Y局の PCAL 信号の位相  $\phi_{ny}(k)$  も同様に求められる。こうして求められた PCAL 位相は後で述べる精決定サーチ時に用いられる。

さて、相互相関処理で得られる相関強度を真の相関強度にするために、さらに、1 bit サンプリングによる損失補正、フリンジストッピングによるバイアス補正および部分ビット補正による損失補正を行う<sup>(5)</sup>。

1 bit サンプリング補正是次式で行う<sup>(6)</sup>。

$$\rho_0 = \sin \left\{ \frac{\pi}{2} \rho_c \right\}$$

ここで、 $\rho_c$  は 1 bit サンプリングされた信号の相関係数で  $\rho_0$  は真の相関係数である。

相関器でフリンジストッピングに用いる関数は sin 関数を -1, 0, +1 の 3 レベルで近似したものである。このフリンジストッピング関数は、振幅 1 の sin 関数と比べて、基本波成分で  $4/\pi \cdot \cos(\pi/8) (=1.176)$  倍のバイアスがあるために、相関強度にバイアスが生じる。さらに積分期間の 1/4 の期間で積分が抑制されるために 4/3 倍のバイアスが生じる。これらのバイアス分を補正するのがフリンジストッピングによるバイアス補正である。

部分ビット補正による損失補正の説明の前に部分ビット補正を説明する。相関器での予測遅延変化の追跡はビ

ット単位の離散的値でしか行えない。そのために相関強度が減少するがその減少をできるだけ少なくするのが部分ビット補正である。完全に補正するためには周波数領域で行わなければならないが、K-3 相関器では、ビデオ帯域の中央の周波数でフリンジストッピングを行い、1 ビットの遅延変化が生じるたびにフリンジ位相を  $90^\circ$  ジャンプする方法で時系列上で部分ビット補正を行っている（詳細は本特集号 III-2 で述べられている）。この方法による部分ビット補正を行った場合、相関強度の減少は  $3.4\% (= \pi^2 / 288)$  におさえられる（補正なしの場合には  $13.7\% (= \pi^2 / 72)$  の損失がある）。この損失分を相関強度に補正し眞の相関強度に戻す。これが部分ビット補正による損失補正である。

これらの補正をまとめると、補正後の複素相互相關関数を  $r(n, k, d)$  とし、

$$r(n, k, d) = \sin [C \cdot R(n, k, d)]$$

で表される。ただし、

$$C = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{\pi}{4 \cos \frac{\pi}{8}} \cdot \frac{1}{1 - \frac{\pi^2}{288}}$$

である。ここで相関強度が十分 1 より小さい場合（通常の VLBI 觀測ではこの条件を充たす）は、

$$r(n, k, d) = C \cdot R(n, k, d)$$

と近似できる。 $r(n, k, d)$  を  $d$  についてフーリエ変換してビデオクロススペクトルを得る。

$$r(n, k, d) \Leftrightarrow S_v(j, k, n)$$

ただし $\hat{v}$ はフーリエ変換を表し  $j$  はビデオ帯域内での周波数を示すインデックスである。フーリエ変換は16点で行う。したがって、クロススペクトルはビデオ帯域を8等分した各点 ( $j=0 \sim 8$ ) での値が得られる。さらに、相関関数のオフセットおよびビデオ帯域端での特性劣化の影響をとりのぞくために周波数成分が  $0(j=0)$  および  $\omega_B(j=8)$  での  $S_v(j, k, n)$  の値を 0 とおく。こうして得られる  $S_v(j, k, n)$  を用いて次式で示される関数  $F(n, 4\tau, 4t)$  を定義する。

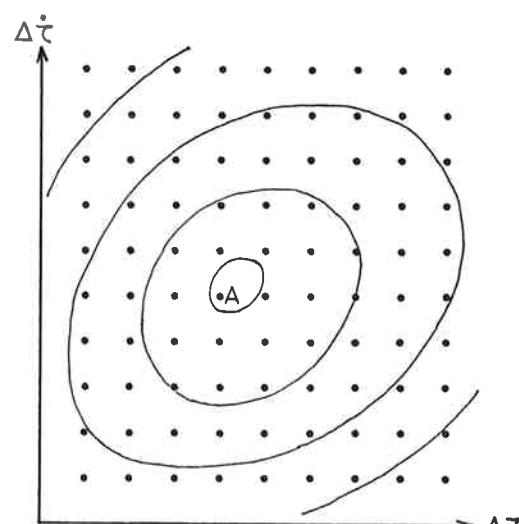
$$F(n, \Delta\tau, \Delta\hat{\tau}) = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \left\{ \frac{1}{7} \sum_{j=1}^7 S_v(j, k, n) \exp(-i\omega_v^n \Delta\tau \Delta t k) \right\} \quad \dots \dots \dots (46)$$

ここで  $\omega_j^n$  はビデオ帯域内の角周波数,  $\omega_0^n$  は  $n$  ch の RF 角周波数,  $\Delta\tau$ ,  $\Delta t$  はサーチする遅延時間残差および遅延時間変化率残差であり,  $\Delta t$  は  $k$  の間隔すなわち 1 PP の時間を表す。式はビデオクロススペクトルに対して、ビデオ帯域内では  $\Delta\tau$  による位相回転の補正、時間軸方向には  $\Delta t$  によるフリンジ位相回転の補正を行いつつ積分を行う式である。 $F(n, \Delta\tau, \Delta t)$  の絶対値を周波数 ch に対して積分した閏数

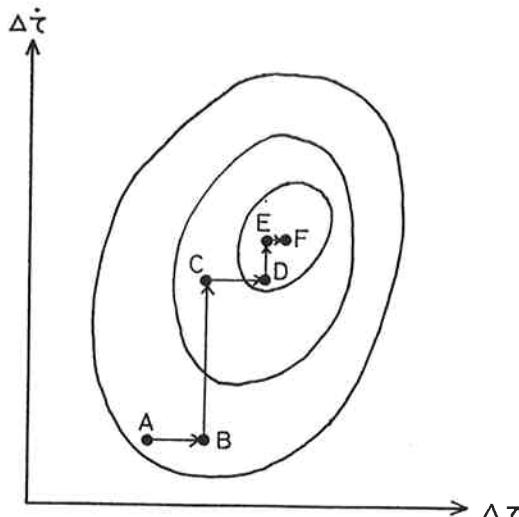
$$F(\Delta\tau, \Delta\dot{\tau}) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N |F(n, \Delta\tau, \Delta\dot{\tau})| \quad \dots\dots(47)$$

で粗決定サーチ関数  $F(\Delta\tau, \Delta\dot{\tau})$  を定義すると、 $F(\Delta\tau, \Delta\dot{\tau})$  を最大化する  $\Delta\tau$ ,  $\Delta\dot{\tau}$  を求める作業が粗決定サーチである。従式は  $\Delta\tau$  および  $\omega_0^n \Delta\dot{\tau}$  に関して 2 次元フーリエ変換の式となっている。したがって高速フーリエ変換(FFT)が粗決定サーチ関数の計算に使用できる。こうして得られる  $\Delta\dot{\tau}$  はフリンジレート残差  $\omega_0^n \Delta\dot{\tau}$  から求められるので正確な意味では位相遅延変化率である。

例式の最大値のサーチは以下の手順で行う。まずビデオクロススペクトルを2次元 FFT を行うことにより第7図に示されるような  $\Delta\tau$ ,  $\Delta\tilde{t}$  の離散的な値での  $F(\Delta\tau, \Delta\tilde{t})$  が得られる。ここで周波数 ch 方向に積分するときには、 $\Delta\tilde{t}$  領域に変換してから積分しなくてはならない。これは時間軸方向のフーリエ変換で得られるのは先にも述べたようにフリンジレート残差であるためである。最大値のサーチは、まず格子点としての最大値（第7図の A 点）を求めるところから始まる。こうして得られた  $\Delta\tau$ ,  $\Delta\tilde{t}$  を出発点として第8図に示される山登り法でより真の値に近い  $\Delta\tau$ ,  $\Delta\tilde{t}$  の推定値に至る。第8図 A 点を出発点とし、まず  $\Delta\tau$  方向のサーチを行い、その方向で最大値となる B 点に至る。ひきつづき  $\Delta\tilde{t}$  方向にサーチを行い C 点に至る。このように  $\Delta\tau$ ,  $\Delta\tilde{t}$  方向交互にサーチを行い最終的に頂上 F 点に至るが、 $\Delta\tau$  および  $\Delta\tilde{t}$  方向のそれぞれの方向での最大値は放物線近似を用いて求めている（第9図）。この場合の粗決定サーチ関数の計算は FFT が使えないでの例式を定義式通りに計算しなくてはならない。したがって、この山登りに要する回数が少



第7図 粗決定サーチ関数のサーチ・その1。格子点としての最大値をとるA点を求める。

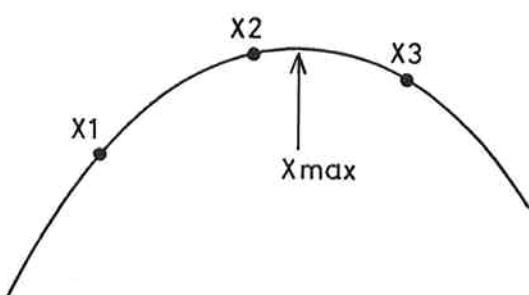


第8図 粗決定サーチ関数のサーチ・その2。第7図のA点を出発点としてまず  $\Delta\tau$  方向の前後の3点を用いて放物線近似(第9図)を行いB点に至る。次に  $\Delta\tau$  方向に同様に前後の3点を用いてC点に至る。交互にサーチを繰り返し最大の関数値をとるF点に至る。

ない程、計算時間の短縮になるが、実際の処理では  $\Delta\tau$ ,  $\Delta\tau$  方向それぞれ3回の山登りで必要精度内に収束している。第10図に実際の粗決定サーチ関数例を示す。

#### 2.4.2 精決定サーチ

粗決定サーチで得た残差を  $\Delta\tau_s$ ,  $\Delta\tau_s$  とする。まず精決定サーチに先立ち、 $\Delta\tau_s$ ,  $\Delta\tau_s$  を用いて次式で定義される  $D_s(n, k)$  を計算する。



第9図 放物線近似。3点  $X_1$ ,  $X_2$ ,  $X_3$  を通る放物線の最大値として  $X_{\max}$  を求める。

$$D_s(n, k) = \frac{1}{7} \sum_{j=1}^7 S_v(j, k, n) \exp \left\{ -i(\omega_j^n \Delta\tau_s + \omega_0^n \Delta\tau_s \Delta t_k) \right\} \quad \dots \dots (48)$$

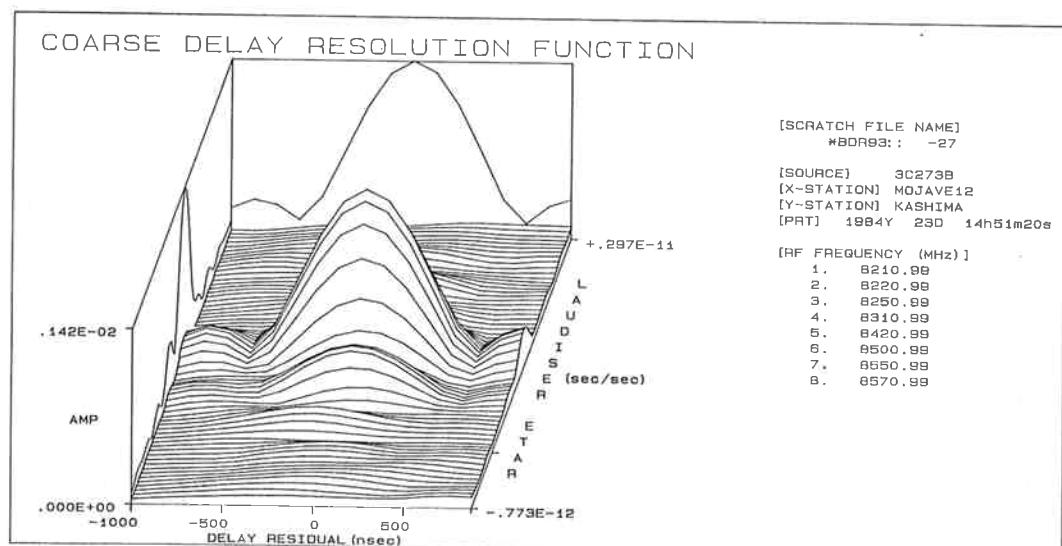
$D_s(n, k)$  は(48)式からもわかるように粗決定残差を補正した相関関数となっている。この  $D_s(n, k)$  を用いて精決定サーチ関数を次式で定義する。

$$D(\Delta\tau, \Delta\tau) = \frac{1}{NK} \sum_{n=1}^N \left[ \sum_{k=1}^K D_s(n, k) \exp \left\{ -i(\omega_0^n \Delta\tau + \Delta\phi_n) \right\} \cdot \exp \left\{ -i(\omega_0^n \Delta\tau + \Delta\phi_n) \right\} \right] \exp(-i\omega_0^n \Delta\tau) \quad \dots \dots (49)$$

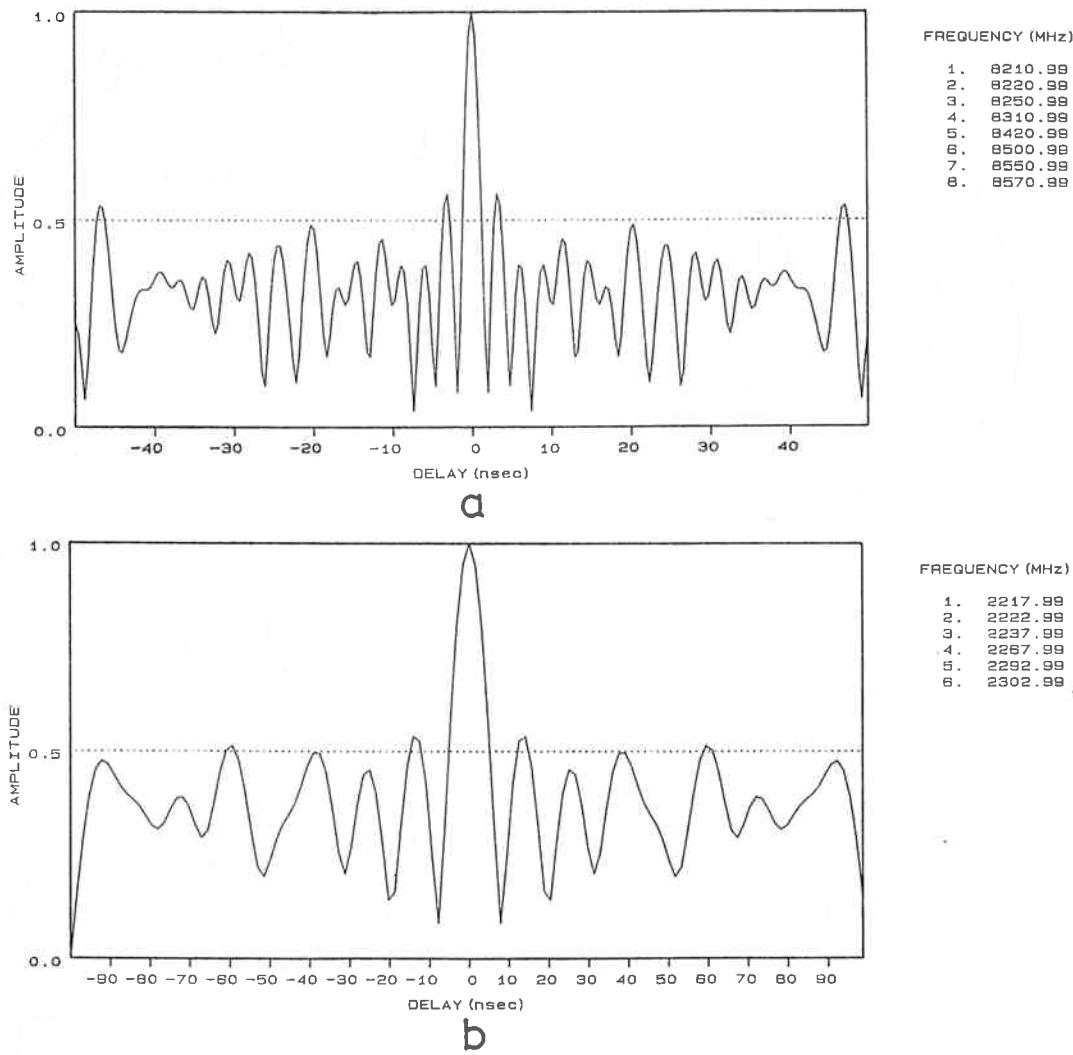
ここで、

$$\Delta\phi_n = \phi_{nx} - \phi_{ny}$$

である。ただし  $\phi_{nx}$ ,  $\phi_{ny}$  はそれぞれX局, Y局でのnchのPCAL位相の平均値である。(49)式の中がバンド幅合成を表す(第11図に実際のVLBI観測に用い



第10図 粗決定サーチ関数例。横軸に遅延残差、奥行き方向に遅延変化率残差、縦軸に相関強度をとっている。図は鹿島一モハービ基線でとられたXバンドデータ(8ch)の粗決定サーチ関数である。



第11図 バンド幅合成関数。a. Xバンド(8ch)。b. Sバンド(6ch)。

られているXバンド8chおよびSバンド6chのバンド幅合成関数例を示す)。この周波数chの組み合わせは色々考えられるが、第11図に示される関数のサイドローブレベルが一番低くなる組み合わせ<sup>(3)</sup>が実際のVLBI観測に用いられている。

(49)式は粗決定サーチ関数同様に2次元フーリエ変換の式となっているためFFTが使用できる。実際にバンド幅合成をFFTで行うには受信周波数chの最小周波数を $\omega_0^1$ として(49)式の〔〕内を次式のように変形してFFTを行う。

$$\begin{aligned} & \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N D_s(n, k) \exp[-i(\omega_0^n \Delta \tau + \phi_n)] \\ & = \exp(-i\omega_0^1 \Delta \tau) \left[ \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \{D_s(n, k) \exp(-i\phi_n)\} \cdot \right. \end{aligned}$$

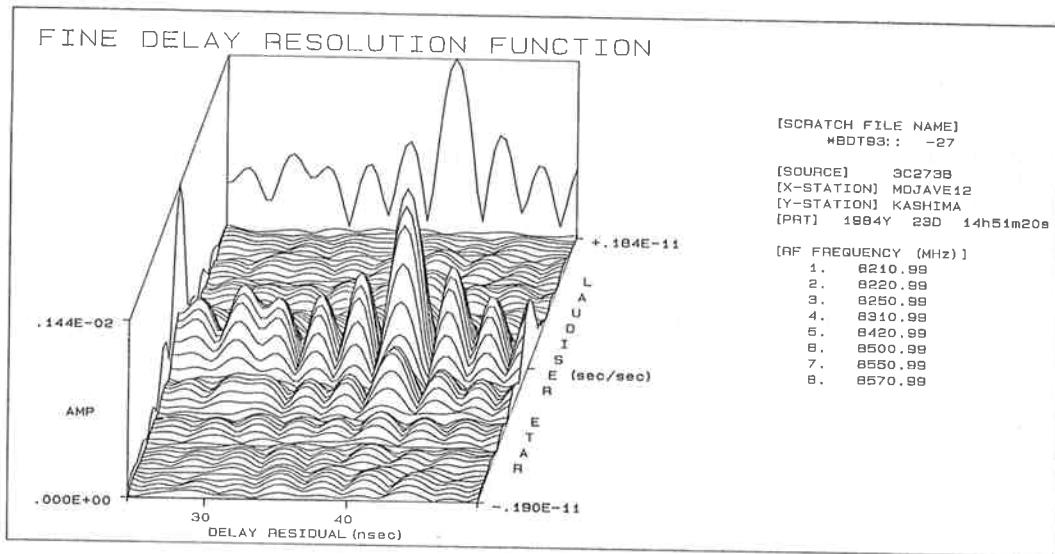
$$\left. \exp[-i(\omega_0^n - \omega_0^1) \Delta \tau] \right] \quad \dots \dots (50)$$

(50)式の〔〕内をFFTで計算し、位相項 $i\omega_0^1 \Delta \tau$ は後で補正する。 $D(\Delta \tau, \Delta t)$ の絶対値が最大となる $\Delta \tau$ ,  $\Delta t$ を求めるのが精決定サーチである。最大値のサーチ方法は粗決定サーチの場合と同じ方法である。すなわち、2次元FFTにより離散的な値での $D(\Delta \tau, \Delta t)$ を計算し、その格子点としての最大値を出発点として山登り法を適用する。精決定サーチで得た $\Delta \tau$ ,  $\Delta t$ をそれぞれ $\Delta \tau_m$ ,  $\Delta t_m$ とすると最終的な遅延残差および遅延変化率残差の観測値は次式で計算される。

$$\Delta \tau_{obs} = \Delta \tau_m + l \cdot t_{am} \quad \dots \dots (51)$$

$$(l=0, \pm 1, \pm 2, \dots)$$

$$\Delta t_{obs} = \Delta t_m + \Delta t_{am}$$



第12図 精決定サーチ関数例。データは第10図と同じ。

+ (X局 XPCAL レート-Y局 PCAL レート)

ここで  $t_{am}$  は受信周波数 ch の間隔周波数の最小値の逆数でバンド幅合成処理の際に生じる  $\Delta\tau$  方向へのパターンの繰り返し周期 (ambiguity) である。PCAL レートとはそれぞれの局で ch 間の位相を較正するために注入されている PCAL 信号の位相のドリフトレートを遅延時間変化率になおしたものである。PCAL 位相のドリフトはシステムの温度変化等によりシステム内での遅延時間が変化することによって生じる。相関強度の観測値は、

$$\rho_{obs} = |D(\Delta\tau_m, \Delta\dot{\tau}_m)| \quad \dots\dots(53)$$

で計算され、フリング位相の観測値は、 $D(\Delta\tau_m, \Delta\dot{\tau}_m)$  の位相となる。第12図に実際の精決定サーチ関数例を示す。

#### 2.4.3 推定した遅延時間および遅延時間変化率の誤差

遅延時間および遅延時間変化率の観測値の誤差解析は Whitney により詳しく行われているので、ここではその結果だけを述べる<sup>(2)</sup>。

粗決定サーチで得た遅延時間の誤差は次式で与えられる。

$$\sigma_{\Delta\tau_s} = \frac{\sqrt{12}}{\omega_B \cdot \text{SNR}} \quad \dots\dots(54)$$

ここで

$\omega_B$  : 角周波数で表したビデオ帯域

$$\text{SNR} = \frac{2}{\pi} \rho_{obs} \sqrt{A}$$

A : 処理に用いた全ビット数=2NTB

N : 処理 ch 数

T : 積分時間

$$B = \omega_B / 2\pi$$

である。精決定サーチで得た遅延時間の誤差は次式で与えられる。

$$\sigma_{\Delta\tau_m} = \frac{1}{\Delta\omega_{rms} \cdot \text{SNR}} \quad \dots\dots(55)$$

ただし、

$$\Delta\omega_{rms} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N (\omega_0^n - \bar{\omega})^2}$$

$$\bar{\omega} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \omega_0^n$$

$$\omega_0^n : n \text{ ch の RF 角周波数}$$

である。遅延変化率の誤差は次式で計算される。

$$\sigma_{\Delta\dot{\tau}_{obs}} = \sqrt{\frac{12}{\bar{\omega}^2}} \cdot \frac{1}{T \cdot \text{SNR}} \quad \dots\dots(56)$$

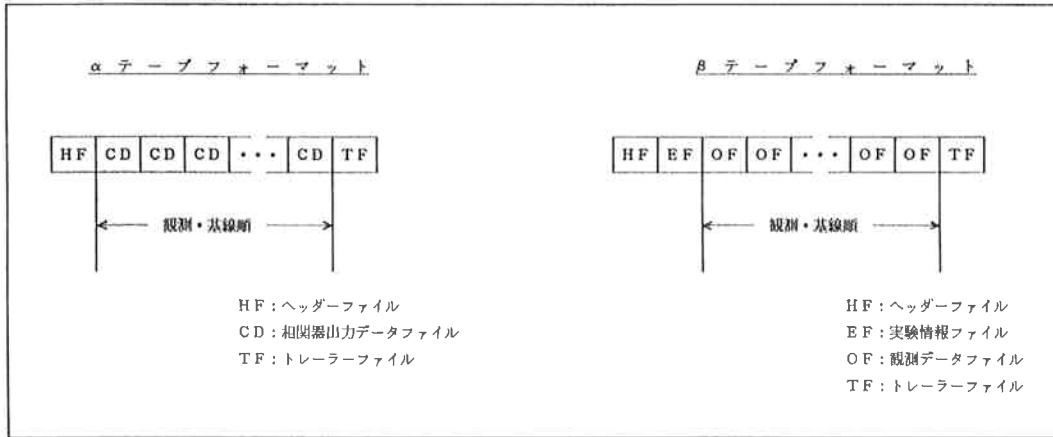
ただし、

$$\bar{\omega}^2 = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \omega_0^n$$

である。

### 3. バンド幅合成ソフトウェア (KOMB) の概要

KOMB には大きく分けて二つの機能がある。一つはバンド幅合成処理を行い VLBI 観測データの一次処理結果である遅延時間、遅延時間変化率、フリング位相および相関強度等を求める機能であり、もう一つは処理結果



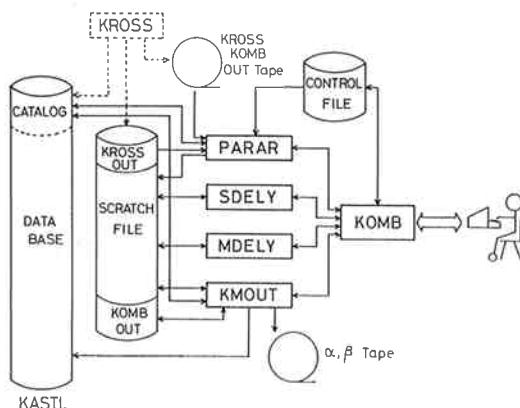
第13図 αおよびβテープフォーマットの概要。

の保存の為の磁気テープ ( $\alpha$ ,  $\beta$  テープ) の作成機能および  $\alpha$ ,  $\beta$  テープからデータベース (以下 D/B) への読み込み機能である。

バンド幅合成処理には、相関器制御・データ収集ソフトウェア KROSS で行う相関処理の結果作成される相関生データが用いられ、処理結果はすべて D/B 上に出力されるが、必要に応じてラインプリンター (以下 LP) 等にも出力できる。

$\alpha$  テープとは KROSS 出力である相関生データと管理情報が記録されるテープで、 $\beta$  テープは KOMB の処理結果や相関処理に用いたパラメータなどが記録されるテープである (第13図)。 $\alpha$  テープと  $\beta$  テープは記録の保存という目的と同時に D/B の保存という目的を持っている。 $\beta$  テープが作成されると、作成するのに用いた D/B 上のデータはすべて消去されるが、KOMB を使って  $\alpha$ ,  $\beta$  テープから D/B にデータを読み込み D/B を元通りに戻すことができる。

ソフトウェアの構成は第14図に示されるように大きく



第14図 KOMB モジュール構成。

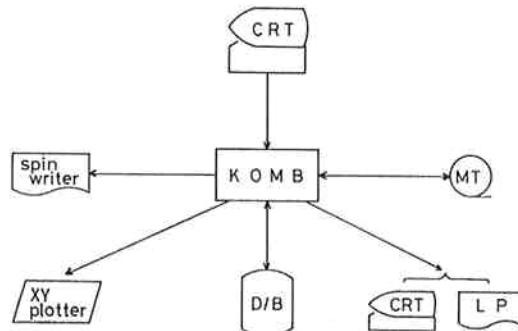
分けて5つのモジュールから成り立っている。バンド幅合成処理にはすべてのモジュールが関与し、 $\alpha$ ,  $\beta$  テープ関連の機能には SDELY, MDELY を除いたモジュールが関与する。参考のため、入出力デバイスから見た KOMB の構成を第15図に示す。第14図に示されているモジュール別にその機能の概要を以下に述べる。

#### [KOMB] (KOMB main module)

バンド幅合成ソフトウェアを統括するモジュールであり、オペレータとのインターフェースおよび PARAR から KMOUT までの各モジュールのスケジューリングを行う。オペレータとの会話型による処理とオペレータの介在を必要としない非会話型の処理の選択が可能である。非会話型の処理の場合は、コントロールファイル中の処理コマンドが使用される。主なコマンドの項目を第1表に載せておく。

#### [PARAR] (Parameter read module)

コマンド (会話型の場合はコンソール入力、非会話型の場合はコントロールファイル入力) の解析を行い、実際の処理で必要な諸パラメータの設定を行う。バンド幅合成処理の場合にはコマンドで指定された処理すべき相



第15図 入出力から見た KOMB の構成。

第1表 KOMB コマンド一覧表

コマンド名	機能概略
AUTO	バンド幅合成処理を開始する。
BASELINE	処理を行う基線を指定する。
BEGIN	解析に使用するデータの開始時刻を指定する。
DISPLAY	各種表示を行う。
ERRORS	相関データのエラーチェック項目を指定する。
FL	TYPE 500 ファイル (*) の出力 LU を指定する。
GL	グラフィック出力 LU を指定する。
GO	バンド幅合成処理を開始する。
GROUPE	処理する周波数グループを限定する。
FINISHT	解析に使用するデータの終了時刻を指定する。
FREQNS	処理周波数とサイドバンドの区別を指定する。
IDEXPERIMENT	実験コードを指定する。
KROSS	使用する相関データを KROSS の処理回数で指定する。
LABEL	$\alpha$ , $\beta$ テープのラベルを出力する LU を指定する。
LOAD	$\alpha$ , $\beta$ テープをデータベースに読み込む。
MASK	バンド幅合成処理の制御を行う。
MULTIPAS	多重処理を指定する。
OBSERVATION	使用する相関データの観測番号を指定する。
PARITY	データ棄却時のパリティエラーレートのしきい値の指定。
PHASE	PCAL 位相のマニュアル指定。
PLOT	TYPE 500 ファイルのリスト出力を行う。
REFER	処理の参照周波数を指定する。
SAVE	$\alpha$ , $\beta$ テープを作成する。
SEARCH	サーチパラメータを指定する。
SHOW	処理結果の表示モードを指定する。
SUBCODE	処理周波数サブグループを指定する。
SCRATCH	スクラッチファイルの保存／消去を指定する。

\* TYPE 500 ファイル —— バンド幅合成処理結果を出力したファイル

関生データのコピーおよび以降の処理で使用する必要パラメータの D/B からの読み出しを行い、バンド幅合成処理を行うためのパラメータファイル（スクラッチファイル）の作成を行う。

#### [SDELY] (Single band delay search module)

KROSS 出力の相関生データに対し、粗決定サーチ（フリンジサーチ）を行い、遅延および遅延時間変化率の粗決定残差を求める。処理結果はスクラッチファイルに出力される。粗決定残差の求め方はすでに詳細を2.で述べているので、ここではそのフローチャートのみを示す（第16図）。

#### [MDELY] (Multi band delay search module)

SDELY で得た粗決定値とともに、更にバンド幅合成を行い、遅延および遅延時間変化率の精決定残差を求める。処理結果はスクラッチファイルに出力される。バンド幅合成については、やはり詳細を 2. で述べているので、ここでは SDELY と同様にそのフローチャートのみを示す（第17図）。

#### [KMOOUT] (KOMB output module)

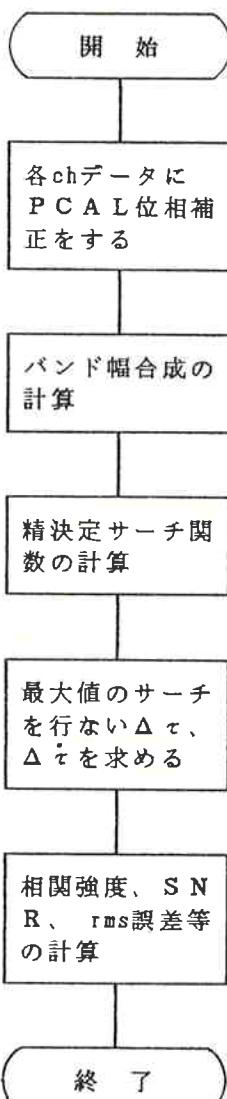
SDELY および MDELY からスクラッチファイル上に出力された処理結果を編集し、D/B および LP への出力をを行う。また処理結果をグラフ化し XY プロットま

SDELY



第16図 SDELY (粗決定サーチ) の処理フロー

MDELY



第17図 MDELY (精決定サーチ) の処理フロー

たは CRTへの出力も行う。このグラフ化出力は相関処理がうまくいったかどうかの判定だけでなく、バンド幅合成のような2変数関数の最大値のサーチがうまくいっているかどうかの判定にも威力を發揮する。 $\alpha$ ,  $\beta$  テープの作成および D/B への読み込みもこのモジュールで行う。

KOMB の大きな二つの機能、すなわちバンド幅合成処理と  $\alpha$ ,  $\beta$ , テープの作成機能の実際の運用例を第18図および第19図に示す。

#### 4. KOMB 処理結果の検討

KOMB のバンド幅合成処理部分のプログラムチェックは米国内で行われた実際の VLBI 観測データを用いて行った。プログラムチェックは KOMB 単体の処理チェックと相関処理ソフトウェア (KROSS) で処理した相関データを用いた KROSS・KOMB 結合処理チェックの2段階に分けて行った。

KOMB の単体チェックには米国の Mark-III システムで相関処理された相関データを用いた。Mark-III システムでの相関・一次処理結果は Mark-III フォーマットで A, B テープと呼ばれるテープに出力される。このテープには相関データ、相関処理時の遅延時間、遅延時間変化率等の予測値およびバンド幅合成処理結果が含まれている (A, B テープの詳細は本特集号 IV-8 に述べられている)。この相関データを用いて KOMB で処理を行うのであるが、KOMB で処理が可能なのは K-3 フォーマットの相関データのみである。そこで Mark-III フォーマットの相関データを K-3 フォーマットに変換 (本特集号 IV-8 で述べられているデータ相互変換プログラム KONV を用いる) した後、KOMB の処理を行った。処理に用いたデータは1982年11月23日に米国内のウエストフォードとハーバード天文台基線 (基線長約 3000km) で行われた VLBI 実験データ中 9 観測分である。KOMB 処理と Mark-III システムでの処理結果の比較を第20図に示す。遅延時間に関しては大半が誤差範囲内で一致した結果となっている。特に精決定遅延では 9 観測すべてが誤差範囲内で一致している ( $X$  バンドでの両者の差の平均は  $0.008 \pm 0.012$  nsec)。遅延時間変化率は両者の結果が誤差範囲内に収まっていないが系統的誤差は現れていないので、遅延時間変化率方向でのサーチ回数の違いによるものと思われる (KOMB では遅延時間変化率は粗決定サーチで 3 回、精決定サーチで 3 回の計 6 回であるが、Mark-III システムでは 3 回のみのサーチである)。しかし、さらに詳細に検討を行うにはもっと多くの処理結果の比較が必要であり、現段階では結論は下せない。

K-3 VLBI システムの相関・一次処理ソフトウェア (KROSS+KOMB) のチェックは、KROSS を用いて相関処理を行い、その相関データを KOMB で処理し、結果を Mark-III システムの処理結果と比較することを行った。相関処理に用いたデータは KOMB 単体チェックに用いたデータと同じであるが、テープ品質の劣化およびテープの切断等の事故により、相関データが得られたのは 9 観測中 4 観測分のデータであった。第21図に KROSS・KOMB 結合処理結果と Mark-III システムの

```

:KOMB
? ID=$84JAN23SX      ←処理を行なう実験コードの指定(コマンドは最初の2文字が有効)
? LL=6                ←処理結果のリスト出力LUの指定
? SHOW=LP              ←LP(ラインプリンター)へのグラフィック出力を指定
? OB=19,22             ←処理する観測番号の範囲の指定
? KROSS=1              ←KROSSでの相関処理回数の指定
? GO                  ←処理の開始
EXPERIMENT=$84JAN23SX *OBS= 19 TO 22 SOURCE=----- BASELINE=--
KROSS=1
SEARCH-DELAY-RATE(usec/sec)=-.170000E+39, .170000E+39
    FINE-DELAY (usec )=-.170000E+39, .170000E+39
    COARSE-DELAY (usec )=-.170000E+39, .170000E+39
FR-GROUPE=-- SUBGROUPE=-
FREQN=ALL
REFER=MINIMUM
OK ? Y                ←実際の処理の開始
OBS# 0019 SOURCE( 3C454.3 ) GROUPE( SX ) ANTENNA='>
    SUB( X ) BASELINE='> START

SDELY RUN WITH INPUT FILE *BK093:: -27

```

(OBS # 19 から 22 までのバンド幅合成処理が行なわれる)

```

? EX
PROGRAM (KOMB) COMPLETED

```

第18図 KOMB ——バンド幅合成処理運用例

処理結果との比較を示す。遅延時間および遅延時間変化率は大部分が誤差範囲内で両者の処理結果が一致している(Xバンドの精決定遅延時間の両者の差の平均は $-0.036 \pm 0.045$  nsec)。OBS NO. 4 および 9 で遅延時間が大きくずれているものがあるが、これはテープ品質の劣化により相関処理そのものに失敗したデータが多くなったためである。K-3 システムの相関・一次処理結果と長年の実績のある Mark-III システムの相関・一次処理結果との間に大きな差がないということは、K-3 システムの相関処理アルゴリズムに問題がなく、相関器も正常に動作していることへの大きな検証となる。さらに、K-3 システムのソフトウェアの特長であるデータベースを介してのデータ受け渡しも完全であることを示している。

## 5. おわりに

K-3 型相関・一次処理システムは、VLBI データ処理システムとして稼働しているものとしては、Mark-III 相関・一次処理システムにつぐものである。その中でバンド幅合成ソフトウェア KOMB は最終段に位置し、KOMB の処理結果が基線長推定および地球極運動の解析といった解析ソフトウェアの入力データとなる。したがって KOMB が正常に機能することが重要な問題であった。バンド幅合成ソフトウェアの開発にあたって、処理アルゴリズムは Mark-III システムを参考としたが、すべてのプログラムは新たに開発したものであり、バンド幅合成処理部分だけでもプログラムのステップ数は 1 万ステップにも達している。その処理が正常に機能した事は既に 4. で述べた通りである。今まで Mark-

```

:KOMB
? SA=ALPHA,$84JAN23SX,40,65          ←実験コードが$84JAN23SXのOBS#40からOBS#65の相
                                         関データをαテープに作れというコマンド

Check spin writer : power on          ←テープラベル打ち出し用のスピンドライターのチエ
                                         ック
                                         : remote
                                         : paper position

Set ALPHA tape labeled               ←同じ実験コードすでにαテープを作成していた
                                         ので、そのαテープのマウント要求

$84JAN23SX
original :
ALPHA      001
1984:063:10:48
obs#:0017-->0028

If you finished setting ALPHA tape ,
input lu or key in 'Y' (if lu is 7) ? Y          ←要求のあったテープをlu
                                         7 のMT装置にかけYを
                                         入力

Set writable MT for new ALPHA tape
If you finished setting MT ,
input lu or key in 'Y' (if lu is 8) ? Y          ←書き込み可のテープをlu
                                         8 のMT装置にかけ
                                         OLD-ALPHA ---> NEW-ALPHA   Yを入力
                                         obs# 0017
                                         OLD-ALPHA ---> NEW-ALPHA
                                         obs# 0018
                                         *
                                         *
                                         *
                                         OLD-ALPHA ---> NEW-ALPHA
                                         obs# 0028
                                         OLD-ALPHA ---> NEW-ALPHA
                                         obs# 0040 baseline('>) KROSS# 01 disc-file ---> NEW-ALPHA  ←OBS#40から56まで
                                        ディスクからMT
                                         obs# 0041 baseline('>) KROSS# 01 disc-file ---> NEW-ALPHA  に吸い上げられる
                                         *
                                         *
                                         *
                                         obs# 0056 baseline('>) KROSS# 01 disc-file ---> NEW-ALPHA
                                         ←スピンドライターにテープ
                                         のラベルが打ち出される

? EX
PROGRAM (KOMB) COMPLETED
:

```

a. α テープ作成運用例

```

:KOMB
? SA=BETA,$84JAN23SX           ←実験コードの指定

(αテープ作成例に従ってαテープが作成される)

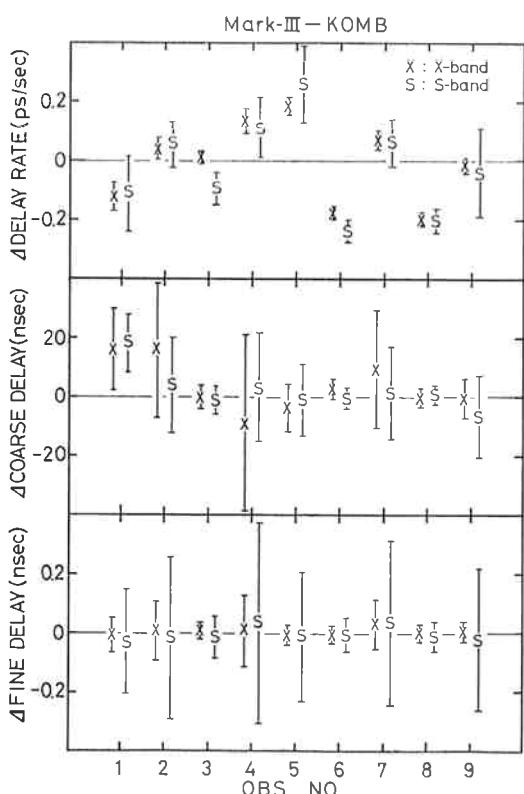
Set writable MT for new BETA tape
If you finished setting MT,
input lu or key in 'Y' (if lu is 8) ? Y      ←書き込み可のテープをlu8のMT装
                                                置にかけYを入力

(βテープが作成される)

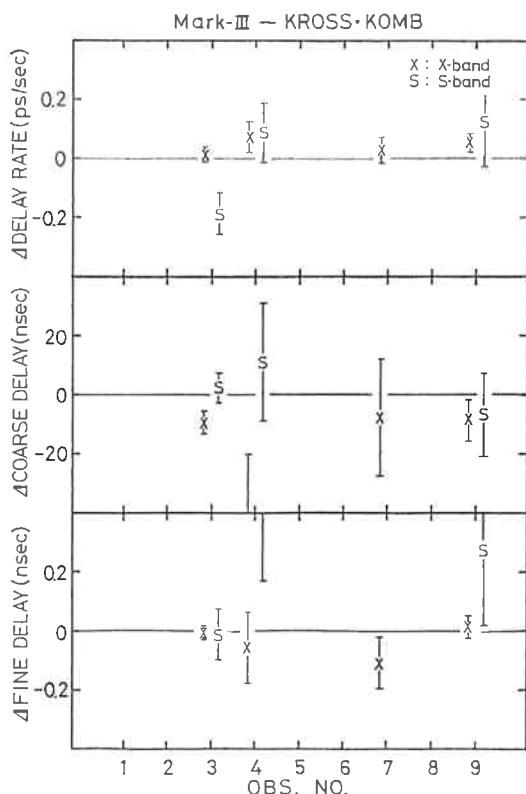
? EX
PROGRAM (KOMB) COMPLETED
:

```

b. βテープ作成運用例  
第19図 KOMB — α, β テープ作成運用例



第20図 KOMB 単体処理チェック結果。Mark-IIIシステムの処理結果からKOMBの処理結果を引いた結果を示しており、図は上から遅延変率、粗決定遅延および精決定遅延である。使用データは1982年11月23日に米国内のウェストフォードとハーバード天文台基線（約3000 km）で行われたVLBI実験中9観測分のデータである。



第21図 KROSS・KOMB 結合処理チェック結果。Mark-IIIシステムの処理結果からKROSS・KOMB結合処理結果を引いた結果を示しており、図の形式および使用データは第20図と同じである。ただし、テープ品質の問題でKROSSによる相関処理が可能だったのは、9観測中4観測であった。

IIIシステム以外に相関処理結果をチェックするシステムが存在しなかったが、Mark-IIIシステムとは独立な相関・一次処理システムが完成したことにより、今まで行えなかった相関処理結果そのもののチェックが可能となつた。さらに今回の開発を通じて、今後のVLBIシステムの発展に不可欠と思われる相関・一次処理の方法論を多く学びとることができた。

KOMBの今後の課題として処理速度の向上が挙げられる。現在、1観測（約6分間）のデータ処理時間はKOMBだけで約1時間がかり、Mark-IIIシステムのそれに比べて同じ計算機で4倍以上となっている。これは相関処理を含めないとしても、1日あたり24観測の処理しかできないことになり、1基線観測（約1日の150実験）としてKOMB処理だけで約1週間かかることになる。基線数が増えれば現実の処理が不可能に近くなる可能性がある。そこで処理速度の向上が必要となるが、今回のソフトウェアの開発は正常に機能することに重点を置いたため、かなり冗長なプログラム設計となっている。処理速度の向上のためには処理速度に重点をおいたプログラムの最適化および処理アルゴリズムの改良等が必要である。さらに処理速度をあげるにはアレープロセッサ等のフーリエ変換専用のプロセッサも必要であろう。

最後に本ソフトウェアの開発にあたり、実際の作業を行った日本電子開発株式会社の担当者、および種々の助言をして下さった第3宇宙通信研究室の方々ならびにVLBI研究開発本部の各位に感謝致します。

### 参考文献

- (1) 河野宣之；“VLBIの原理”，電波季，24，No. 130, pp. 455—462, 1978.
- (2) Whitney, A. R. ; “Precision Geodesy and Astrometry via Very-Long-Baseline Interferometry”, Ph. D. Thesis, M. I. T., 1974.
- (3) 川口則幸, 河野宣之；“バンド幅合成法による高精度VLBI方式”，電波季，24，No. 130, pp. 539—549, 1978.
- (4) Thomas, I. B. ; “The Tone Generator and Phase Calibration in VLBI Measurements”, DSN Progress Report 42—44, pp. 63—74, 1978.
- (5) Whitney, A. R., A. E. E. Rogers, H. F. Hinteregger, C. A. night, J. I. Levine and S. Lippincott ; “A Very-Long-Baseline Interferometer System for Geodetic Applications”, Radio Science, 11, 421—432, 1976.
- (6) Van vleck, J. H. and D. Middleton ; “The Spectrum of Clipped Noise”, Proc. IEEE, 54, No. 1, pp. 2—19, 1966.