

V-2 処理・解析システムによる基線解析結果

高橋富士信* 吉野 泰造* 小池 国正*
近藤 哲朗* 国森 裕生* 高橋 幸雄*

(昭和59年7月3日受理)

1. はじめに

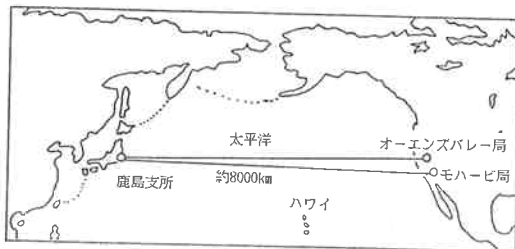
昭和58年11月5日、我国では最初の、大陸間 VLBI 実験が実施され、見事に成功した。北大平洋を越える約 8000 km の長大なベースラインによる、この観測は、電波研究所と米国 NASA との間で合意され⁽¹⁾準備されてきた共同実験を開始する、記念すべき最初の実験であった。

この共同実験は、日米間の基線長や基線の方向を正確に決定し、地球の表面を覆う厚さ約 100 km の地殻プレートの運動や、地球の自転運動を精密に測定し、更には、広域地殻変動や国際時刻比較の測定することを目的としている。

本試験観測の成功は、電波研究所が5か年にわたって開発を進めてきた K-3型 VLBI システムの最終的な総合試験として非常に重要なものであったことは、「V-1. K-3 型観測システムの総合評価」⁽²⁾において詳細に述べられている。

そして本試験観測で取得したデータは、電波研究所の VLBI データ処理・解析システムの試験としても大きな役割を果たした。K-3 システムの可干渉性を試験することを主要課題とした事前の予想を超えて、基線長や時刻同期の解析までも実現することができたからである。

この最大の難関を突破できたことにより、電波研究所の VLBI 計画は着実に歩を進め、すでに1984年1月23日と2月25日の2回にわたり、システムレベル実験を実施し、非常に良い処理・解析結果を得ているところであ



第1図 試験観測に参加した観測局

* 鹿島支所 第三宇宙通信研究室

る。

本論文では、試験観測のスケジュールを紹介すると共に、本試験観測によって得られた基線長の解析結果とその誤差解析結果を報告する。

2. 観測スケジュール

本観測には、鹿島(KAS)26m、モハービ(MBS)12m、オーエンズバレー(OVRO)40mの3つのアンテナが参加した。各アンテナのアプリオリの XYZ 座標値を第1表(a)に示す。この値は、Bessel 測地座標系を WGS-72 座標系に変換し更に、ゴダードの Chopo Ma 等の提案する VLBI 座標系へ変換したものである。第1表(c)に各座標系における、基準楕円体の長径 a と偏平率 f を示し、Bessel 系から WGS-72 と VLBI 座標系への変換のための操作を第1表(d)の備考に示す。Chopo Ma 等の使用している VLBI 座標系は NASA の地殻力学プロジェクトの観測によって得られた暫定的座標系であり、鹿島がネットワークに参加することにより、この座標系は、更に汎世界的なものに発展してゆくことが期待されている。

第1表(b)は同表(a)から算出したアプリオリ基線ベクトルの各成分及び基線長を示している。鹿島—MBS、鹿島—OVRO の基線ベクトルは、Bz 成分が Bx, By 両成分よりも約2桁小さい、典型的な東西基線といえる。基線長は両者とも約8000 km である。

以下に述べるとおり、今回の観測では、3局が参加しているので、3基線の各成分について、巡回的に観測方程式を組むことにより、3基線ベクトルの巡回残差を最小にする条件付きで最小2乗の解を得ることができる。

今回の試験観測では、4C39.25, 3C273b, 3C345 という3個の電波星を選んだ。これらは全て準星と呼ばれ、光学的に大きな赤方変位をもつために超遠方にあると考えられている。地球からの距離は、十億光年～数十億光年と考えられている。第1表(b)に示した様に、今回の実験の基線長は約8000 km と長大であるため、Xバンド(8 GHz)における干渉系のビーム幅は 4.6×10^{-9} rad となり、約1万分の9秒角の超高分解能である。従って、準星の微細な構造により、相関強度は複雑な変化を

第 1 表

(a) 観測局のアプリオリ XYZ 座標値

局 名	X (m)	Y (m)	Z (m)
鹿 島	-3997895.360	3276579.460	3724116.670
M B S	-2356169.150	-4646756.830	3668471.220
O V R O	-2409598.867	-4478350.448	3838603.785

(b) 三基線ベクトルのアプリオリ XYZ 成分値

基 線	B _x (m)	B _y (m)	B _z (m)	基 線 長 (m)
KAS-MBS	-1641726.210	7923336.290	55645.450	8091924.228
KAS-OVRO	-1588296.493	7754929.908	-114487.115	7916737.392
MBS-OVRO	53429.717	-168406.328	-170132.565	245276.444

(c) 使用した基準楕円体

楕 円 体	赤道半径 (km)	偏 平 率 f	備 考
ベ ッ セ ル	6377.397155	1/299.1528	X = -140 m, Y = 516 m, Z = 673 m 原点移動要 Z軸の廻りに -0.54" だけ回転
WGS-72	6378.135000	1/298.2600	
VLBI 座標系	6378.137079	1/298.2600	

第 2 表 使用した準星の元期における赤経・赤緯

準 星	赤 経	赤 緯	元 期	赤 方 変 位
4C39.25	9H23M55.2943 S	39°15'23".8283	B1950.0	0.699
	9H27M03.01395 S	39°02'20".8495	J2000.0	
3C273B	12H26M33.2460 S	2°19'43".4705	B1950.0	0.158
	12H29M06.6997 S	2°03'08".5917	J2000.0	
3C345	16H41M17.6401 S	39°54'10".9911	B1590.0	0.595
	16H42M58.8099 S	39°48'36".9929	J2000.0	

示す。

第 2 表に、今回使用した 3 つの電波星の B1950.0 系及び J2000.0 系における赤経と赤緯、それに各星の赤方変位を示す。

今回の試験観測では、6 回の観測を行い、各局ごとに 3 巻の記録テープを得た。6 回の観測は 2 時間 34 分にわたっている。各観測はそれぞれ 12 分間づつおこなわれ、3C273b を 3 回、3C345 を 2 回、4C39.25 を 1 回観測した。今回の観測は、日本と米国との間の最初の VLBI 実験であり、何よりもフリンジを検出することが最大課

題であったので観測はできる限りシンプルにして、失敗発生確率を最小にする様に計画した。

第 3 表に、今回の観測における、各星の各局での時角、方位角、仰角を示す。鹿島では時角が、-1 時から -7 時まで、MBS や OVRO では、-3 時から +4 時まで振られた。また星の赤緯も +2° から +40° まで大きく振れているので、この試験観測から、以下に述べる程度の基線解析が可能である。(6.以降参照のこと。)

各局で得られた 3 巻のテープのうち、最初の 2 巻は鹿島へ集められ、最後の 1 巻はヘイスタックへ送られて、

第3表 観測時の準星の時角, 方位角および仰角

#	観測	局	時角	方位角	仰角
1	4C39.25 20:00UT	鹿島 MBS OVRO	-1h 04m	71.1度	77.1度
			+5h 45m	302.2度	23.7度
			+5h 41m	300.9度	25.7度
2	3C273B 20:40UT	鹿島 MBS OVRO	-3h 24m	113.3度	31.8度
			+3h 24m	246.9度	32.2度
			+3h 19m	244.6度	32.5度
3	3C345 21:10UT	鹿島 MBS OVRO	-7h 10m	48.3度	11.0度
			-0h 20m	39.5度	84.0度
			-0h 26m	60.3度	84.4度
4	3C273B 21:40UT	鹿島 MBS OVRO	-2h 24m	126.8度	42.4度
			+4h 24m	257.5度	20.6度
			+4h 19m	255.8度	21.2度
5	3C273B 22:01UT	鹿島 MBS OVRO	-2h 04m	132.5度	45.6度
			+4h 45m	260.8度	16.4度
			+4h 40m	259.3度	17.2度
6	3C345 22:22UT	鹿島 MBS OVRO	-5h 57m	56.2度	22.5度
			+0h 53m	297.4度	78.7度
			+0h 46m	289.5度	80.5度

相関処理された。

第3表より、鹿島での方位角は48°より133°の範囲であるため、ケーブルラップは問題とはならなかった。OVROでは、AZは300°から60°へ変化しているが、OVROのAZは70°~690°の駆動が可能であるので、やはり問題にはならなかった。MBSはXYマウントであり、時角は-3時から+4時の変化であったのでこの問題はなかった。

また各観測間の時間は各アンテナの最大駆動速度により制約される。鹿島とMBSの駆動速度はそれぞれ60°/分であったが、OVROは14°/分であるので、事実上OVROの駆動速度に合わせた時間間隔がとられた。

K-3側もMark-III側もそれぞれの自動運用ソフトウェアを使用したので、テープの交換のみ、ソフトウェアの指示に従って、手作業でおこなわれた。

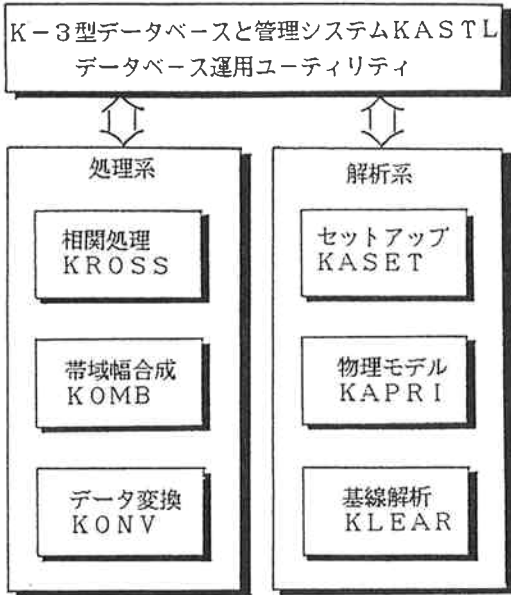
3. 処理・解析システムの概要

電波研究所のVLBI処理・解析システムは、一貫したデータベースシステムによる統一した総合的体系を持つ

世界ではじめてのものである⁽³⁾。VLBIデータの様に、多様でかつ大量のデータを長時間にわたり管理してゆくには、一貫したデータベースが必要であると繰り返し指摘されている^{(4),(5)}。この面では先進国である米国ですら、処理系データベースと、解析系のそれとが、切り離されており、両者でパラメータの不一致が発生するため無駄なデータベースの数値変換が必要となっている。

K-3型処理・解析システムは、米国のMark-IIIソフトウェアを詳細に分析し、一層の高精度化を行ったものである。第2図には日本独自の設計によって開発された本システムの構成を示す。このシステムの中心には、データベース及びその管理システムKASTLがあり、処理系と解析系が密接に関係づけられている。

処理系は、相関処理ソフトウェアKROSS⁽⁶⁾と帯域幅合成ソフトウェアKOMB⁽⁷⁾および日米間で相関処理結果を交換するためのデータ変換ソフトウェアKONV⁽⁸⁾から構成される。KROSSはデータレコーダの同期再生制御と、相関処理制御および相関データの収集をおこなうソフトウェアである。KOMBは、KROSSによって



第2図 K-3型処理・解析システムの構成

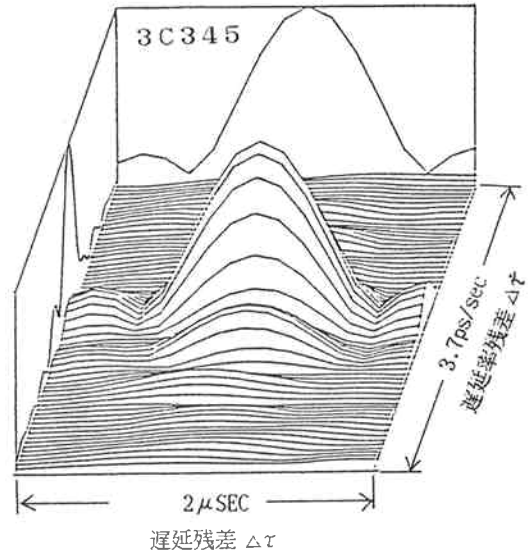
得られた相関データに対して、粗合成・精合成の段階の積分処理を行って、百分分の1秒の超高精度で遅延量を決定するソフトウェアである。

解析系は、データベースのセットアップソフトウェア KASET⁽⁶⁾ と物理モデルの精密計算をするソフトウェア KAPRI⁽¹⁰⁾ そして基線解析のためのソフトウェアである KLEAR⁽¹¹⁾ から成っている。KASET は、解析システムが必要とするデータベース項目をセットアップするためのものであり、KAPRI は、KLEAR が良い条件で最小2乗推定をするための高精度のアプリオリ値の計算と偏微分係数を計算する。この KAPRI の製作にあたっては、文部省緯度観測所と建設省国土地理院の協力を得た。KLEAR は、観測値をアプリオリ計算値の差から、基線ベクトル、時刻同期差、地球回転パラメータ等を最小2乗法により計算するソフトウェアである。

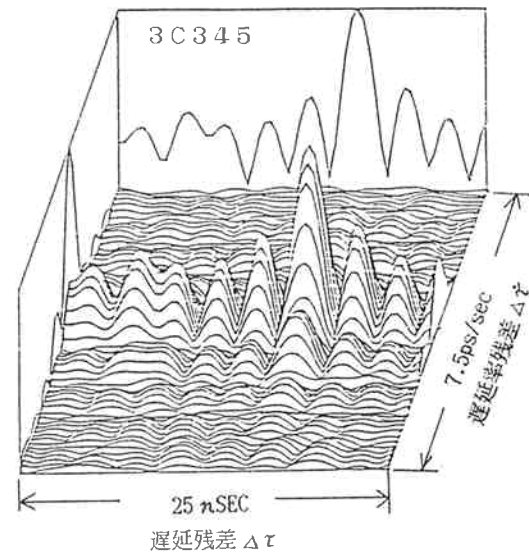
第1図に示した以外に、データベースの運用効率良く行うための多くのユーティリティ群が用意されている⁽⁵⁾。

4. 相関処理とバンド幅合成

この試験観測の相関処理とバンド幅合成については、「III. K-3型相関・一処次理システム」を参照の事。ここでは、その結果の一例を説明するに止める。第3図(a)は、粗合成を行った結果である。この粗合成は実験の成功を確認するために利用されると共に、相関強度(コヒーレンス)の損失を評価するためにも利用できる。この例は鹿島-MBS 基線における3C345 Xバンドの粗



第3図 (a) 粗合成サーチ関数の一例



第3図 (b) 帯域幅合成サーチ関数の一例

合成結果を与える。横軸は遅延時間、斜め縦軸は遅延率、2次元ピークの高さはコヒーレンスを示す。

第3図(b)は同じ例についてバンド幅合成の結果を与えるものであり、時間軸方向のスケールは同図(a)に比べて数十倍拡大され、遅延時間の分解能が向上している。第3図は、粗合成・精合成の両者とも明確なピークを示し、試験観測の最大の目標を達成したことを意味する。今回の6回の観測すべてについて、鹿島及びヘイスタックにおいて、このような相関を検出することができた。第4表に、Xバンドで決定された遅延量とその巡回残差

第4表 帯域幅合成により求められた遅延量と巡回残差 (ns)

星名	鹿島・モハービ <K-M>	鹿島・オーエンズバ レー <K-O>	モハービ・オーエン ズバレー <M-O>	巡回残差	
				(補正前)	(補正後)
4C39.25	11,874,815.328	11,237,436.866	-637,368.745	9.717	-0.283
3C273B	-633,806.005	-686,765.918	-52,960.046	0.133	0.133
3C345	-17,343,635.191	-17,338,173.355	5,361.533	-100.303	-0.303
3C273B	6,385,280.151	6,181,594.724	-203,685.141	0.286	0.286

を示す。

5. データベースの作成

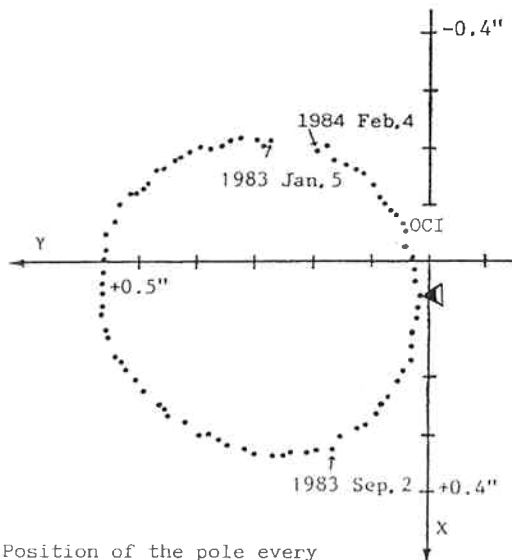
データベースの作成は、大きく2つの作業に分けられる。第1は緯度観測所と共同で開発したアプリオリ値の計算ソフトウェア KAPRI の運用作業であり、もう一方は、各種補正データを KASET によりセットアップする作業である。以下に要点をまとめる。

- (1) 星の位置は、Aoki et al.⁽¹²⁾ で提案されている手法で、B1950.0よりJ2000.0に変換した、 α , δ を使用した。(実際には、MKIII カタログのJ2000.0系も並用している。)
- (2) 局の位置は、WGS-72よりCopo Ma等の手法で変換されたX, Y, Zを使用。
- (3) 歳差はLieske⁽¹³⁾, 章動はWahr⁽¹⁴⁾のモデルを採用した。
- (4) 地球回転パラメータの推定は行わず、IPMS及びBIHのデータを利用した。今回の解析精度では、この両者の差は問題とならない。
- (5) 大気モデルとしては、Chao/Moranのモデルを使用した。
- (6) 電離層は f_oF2 の観測値により計算した。
- (7) 鹿島及びMBSでは、観測前に原子時計の時刻同期を行い、相関処理におけるサーチ範囲をせばめた。OVROについては、時刻比較をしなかったが相関処理においてピークを検出できた。
- (8) ケーブル遅延の補正はしなかった。

第4図に最近1年間の極の移動のデータを示す。今回の試験観測の行なわれた11月5日(三角印で示す)は、偶然にOCI極に近接した時期であった。

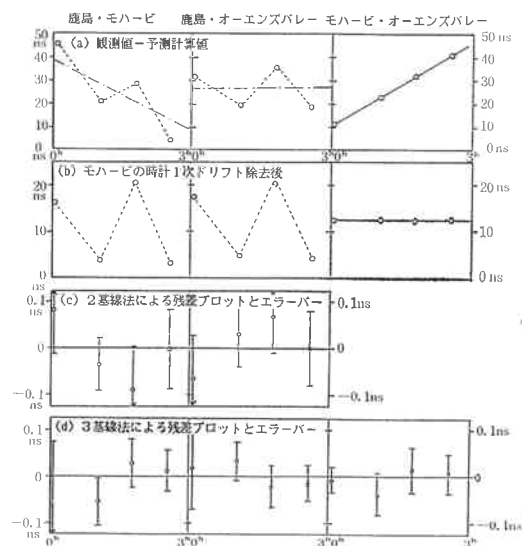
6. 試験観測のデータ解析

以上に述べた方法による遅延時間のアプリオリ値(C)と、第4表に示した観測値(O)の差を第5図(a)に示す。観測した準星は種類、日本側で処理した点数は(各観測につき2点)であり、本格的な最小2乗法による基線解析には不十分であるが、O-Cそのものは、それぞれ最



Position of the pole every 5 days (average uncertainty : .)

第4図 最近一年間の極運動, 三角印が観測時を示す



第5図 観測値とアプリオリ計算値の差と最小2乗決定残差

高精度で計算されたものであるため、注意して解析すれば、基線長と時刻同期差の推定は十分可能であると判断して、次の手順で解析した。

(1) 第5図(a)の3基線におけるO-Cのプロットより、モハービ局の時計のレートが 4.8×10^{-12} のオフセットをもつことが分かり、それを直線近似して除去したものが第5図(b)である。

(2) 第5図(b)において、MBS-OVRO 基線では誤差がほとんどないが鹿島を含む基線では時間にして10 ns以上の大きな誤差のあることから、鹿島の位置には3 m程度のずれがあることがわかる。

(3) 鹿島の位置のずれを次の4種類の方法で検討した。

(i) 鹿島・モハービの4点のデータより、鹿島のX, Y, Zと時計差(時刻同期差と同義)を連立方程式で求める。

(ii) 鹿島・オーエンズバレーについて(i)と同様に解く。

(iii) 鹿島・モハービおよび鹿島・オーエンズバレーについて、最小2乗法で鹿島のX, Y, Zと時計差を求める。

(iv) 全基線をクローズする方法により、最小2乗法で鹿島のX, Y, Z, モハービのX, Y, Zを時計差とともに求める。

(4) 解析が開始されている第1回システムレベル実験の一部のデータによるChopo Maの解と比較すること。

以下に、連立方程式および最小2乗法による解析法を述べ、その計算結果を示す。

6.1 連立方程式による解法

基線解析まで予想しなかった観測であり、観測点数が少いため、特例的にこの連立方程式の解法も併用したが、O-Cの精度が高いので、解としては、良い値が期待できた。次の連立方程式を前述の(i), (iii)の2つの場合について解いた。

$$\begin{pmatrix} \partial\tau_1/\partial X & \partial\tau_1/\partial Y & \partial\tau_1/\partial Z & 1 \\ \partial\tau_2/\partial X & \partial\tau_2/\partial Y & \partial\tau_2/\partial Z & 1 \\ \partial\tau_3/\partial X & \partial\tau_3/\partial Y & \partial\tau_3/\partial Z & 1 \\ \partial\tau_4/\partial X & \partial\tau_4/\partial Y & \partial\tau_4/\partial Z & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta X_K \\ \Delta Y_K \\ \Delta Z_K \\ \Delta C_K \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (O-C)_1 \\ (O-C)_2 \\ (O-C)_3 \\ (O-C)_4 \end{pmatrix} \dots\dots(1)$$

ここで、 $\partial\tau/\partial X \ \partial\tau/\partial Y \ \partial\tau/\partial Z$ は局位置成分による遅延時間の偏微分係数を示し、 $\Delta X_K \ \Delta Y_K \ \Delta Z_K \ \Delta C_K$ は鹿島の位置及び時計差のずれを示す。

以下の式の表現の簡易化のため、(1)式を次式のように書くこととする。

$$(\partial\tau/\partial X, \mathbf{1}) \begin{pmatrix} \Delta X_{KAS} \\ \Delta C_{KAS} \end{pmatrix} = O-C \dots\dots(2)$$

6.2 最小2乗法による解法

(iii)の場合には次の観測方程式(自由度3)を最小2乗

法で解いた。

$$\begin{pmatrix} \partial\tau/\partial X, & \mathbf{1}, & \mathbf{0} \\ \partial\tau/\partial X, & \mathbf{0}, & \mathbf{1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta X_{KAS} \\ \Delta C_{K-M} \\ \Delta C_{K-O} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (O-C)_{K-M} \\ (O-C)_{K-O} \end{pmatrix} \dots\dots(3)$$

(iv)の場合には次の観測方程式(自由度4)を最小2乗法で解いた。

$$\begin{pmatrix} \partial\tau/\partial X, & \mathbf{1}, & -\partial\tau/\partial X - \mathbf{1} \\ \partial\tau/\partial X, & \mathbf{1}, & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0}, & \mathbf{0}, & \partial\tau/\partial X, & \mathbf{1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta X_{KAS} \\ \Delta C_{K-M} \\ \Delta X_{MBS} \\ \Delta C_{M-O} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (O-C)_{K-M} \\ (O-C)_{K-O} \\ (O-C)_{M-O} \end{pmatrix} \dots\dots(4)$$

今回の基線解析のための最小2乗法は完全に線型化されており、衛星の軌道決定などの様なイタレーションを必要としない。これは観測量 τ_g が基線ベクトル \mathbf{B} と星方向ベクトル \mathbf{S} の内積という完全な線型関係にあるためである。

本解析においては、基線解析ソフトウェア KLEAR を使用した。

6.3 重み付け

重み付けについては、2段階に分けている。第1段階は、観測におけるS/N誤差 $\sigma_{S/N}$ のみを使用した。第2段階は、S/N誤差のみでは誤差が小さすぎるので、カイ2乗が近似的に自由度に等しくなる様に事後付加誤差 σ_{add} を $\sigma_{S/N}$ に平方和して使用した(カイ2乗検定についてはIV-6を参照のこと)。

重み行列Wは、次式で与えられる。(iv)の場合)

$$W = \begin{pmatrix} W_{K-M} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & W_{K-O} & \phi \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & W_{M-O} \end{pmatrix} \dots\dots(5)$$

ここで $W_{K-M}, W_{K-O}, W_{M-O}$ は、各基線における $\sigma_{S/N}^2$ 又は、 $\sigma_{S/N}^2 + \sigma_{add}^2$ の逆数を対角成分にもつ正方行列であり、 ϕ は全成分がゼロの正方行列である。 $\sigma_{S/N}$ としては、観測されたコヒーレンスより、バンド幅合成ソフトウェア KOMBにより計算された第5表の値を使用した。(単位 ns)

第5表 コヒーレンスから決められた S/N 誤差 (ns)

電波星	KAS-MBS	KAS-OVRO	MBS-OVRO
4C39.25	0.120	0.069	0.018
3C273B	0.037	0.021	0.002
3C345	0.048	0.024	0.006
3C273B	0.038	0.002	0.003

7. 最小2乗法

前述したWを用いて、 $B = A^T W A$ の正規行列から逆行列 B^{-1} を求める方法が一般的であるが、より優れた方

法としてQR分解による方法がある。今回の解析の如く、小規模な問題では、逆列行法もQR分解法も優劣は無いが、推定パラメータ数が増大し、パラメータ間の従属性が複雑化した時には、パラメータのビポティングが自動化できるQR分解法の威力が明らかになる。QR分解法に従ってゆく。

修正 Gram-Schmidt の手法により、重みづけされた偏微分行列 A' が直交正規行列 Q と上三角行列 R に分解されたとする。つまり

$$A' = W^{1/2}A = QR \quad \dots\dots(6)$$

この時、正規方程式は、次の様に変形される。

$$A^TWA \hat{x} = (W^{1/2}A)^T y' \quad (y' = W^{1/2}y) \quad \dots\dots(7)$$

$$R^TQ^TQR \hat{x} = R^TQ^T y' \quad \dots\dots(8)$$

ここで Q の正規直交性より(8)式は

$$R^TR \hat{x} = R^TQ^T y' \quad \dots\dots(9)$$

修正 Gram-Schmidt 法でQR分解する時に独立度順にビポットし、ランク落ちが評価できるので、 $|R^T| \approx 0$ つまり R^T は正則であるので、次式が得られる。

$$Q^T = R \hat{x} \quad \dots\dots(10)$$

R は上三角行列であるから、容易に R^{-1} を計算できて、その結果求める \hat{x} が得られる。

$$\hat{x} = R^{-1}Q^T y' \quad \dots\dots(11)$$

(iv)の場合に得られた \hat{x} の各成分は求のとおりである。

$$\begin{aligned} \Delta X_K &= 1.431\text{m}, \Delta Y_K = -0.099\text{m}, \Delta Z_K = 6.008\text{m}, \\ C_{K-O} &= 1174.95 \text{ ns} \\ \Delta X_M &= -0.028\text{m}, \Delta Y_M = -0.015\text{m}, \Delta Z_M = 0.02 \\ &\text{m}, C_{M-O} = 1514.90 \text{ ns} \end{aligned} \quad \dots\dots(12)$$

この場合のカイ2乗 χ^2 を計算すると

$$\chi^2 = \sum_j \frac{(\hat{y}_j - y_j)^2}{(\sigma_j^2 S_j / N)^2} = 8.4 \quad \dots\dots(13)$$

となる。(iv)の例では、遅延量のみのデータ12個について、8個のパラメータを推定したので、自由度は4であり、 χ^2 は4近くになることが期待される。従って

$$\chi^2_{add} = \sum_{j=1}^{12} \frac{(\hat{y}_j - y_j)^2}{(\sigma_j^2 S_j / N)^2 + \sigma_{add}^2} \approx 4 \quad \dots\dots(14)$$

となる様に、ニュートン法により σ_{add} を決めると約となる。この σ_{add} を付加して、再重み付けをして、第(5)式より(11)式までと同じ手法で最小2乗解を求めた結果は、

$$\begin{aligned} \Delta X_K &= 1.100\text{m}, \Delta Y_K = -0.179\text{m}, \Delta Z_K = 5.910\text{m}, \\ C_{K-O} &= 1172.82 \text{ ns} \\ \Delta X_M &= -0.155\text{m}, \Delta Y_M = -0.033\text{m}, \Delta Z_M = 0.094\text{m} \end{aligned}$$

$$C_{M-O} = 1514.63 \text{ ns} \quad \dots\dots(15)$$

χ^2 を自由度で割った量は0.91となり、この再重み付けは概ね過不足無く行われたことが確認できた。

8. 誤差解析

(6)式より共分散行列 B^{-1} は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} B^{-1} &= (A^TWA)^{-1} = (R^TQ^TQR)^{-1} \\ &= (R^TR)^{-1} = R^{-1}(R^{-1})^T \end{aligned} \quad \dots\dots(16)$$

R が上三角行列であるから、(16)式は簡単に計算でき、容易に共分散を求めることができる。この B^{-1} により、各パラメータ間の相関係数 r_{ij} が計算できる。

$$r_{ij} = \frac{(B^{-1})_{ij}}{\sqrt{(B^{-1})_{ii}(B^{-1})_{jj}}} \quad \dots\dots(17)$$

(iv)の場合の計算結果を第6表に示す。

第6表 推定パラメータ間の相互相関係数

1	X (K-O)	1.000							
2	Y (K-O)	0.959	1.000						
3	Z (K-O)	-0.985	-0.918	1.000					
4	X (M-O)	0.343	0.350	0.328	1.000				
5	Y (M-O)	0.340	0.360	0.322	0.976	1.000			
6	Z (M-O)	0.338	-0.343	0.328	-0.990	-0.958	1.000		
7	C (K-O)	0.999	0.960	-0.988	0.343	0.340	-0.339	1.000	
8	C (M-O)	0.343	0.351	-0.329	0.999	0.977	-0.993	0.344	1.000
	XK-O	YK-O	ZK-O	XM-O	YM-O	ZM-O	CK-O	CM-O	
	1	2	3	4	5	6	7	8	

第6表の相関係数及び、以下の誤差の表現を利用すれば、各パラメータ及び基線長の誤差は次の様に与えられる。

$$\sigma_1 = (B^{-1})_{11}, \sigma_2 = (B^{-1})_{22}, \sigma_3 = (B^{-1})_{33} \quad \dots\dots(18)$$

$$\sigma_4 = (B^{-1})_{55}, \sigma_5 = (B^{-1})_{66}, \sigma_6 = (B^{-1})_{77} \quad \dots\dots(18')$$

$$\sigma_{BX(K-M)} = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_4^2 + r_{14}\sigma_1\sigma_4} = 0.287\text{m} \quad \dots\dots(19)$$

$$\sigma_{BY(K-M)} = \sqrt{\sigma_2^2 + \sigma_5^2 + r_{25}\sigma_2\sigma_5} = 0.118\text{m} \quad \dots\dots(20)$$

$$\sigma_{BZ(K-M)} = \sqrt{\sigma_3^2 + \sigma_6^2 + r_{36}\sigma_3\sigma_6} = 0.220\text{m} \quad \dots\dots(21)$$

$$\sigma_{|B|(K-M)} = \sqrt{\sum_{j=1}^6 \sum_{i=1}^6 r_{ij}\sigma_i\sigma_j} = 0.192\text{m} \quad \dots\dots(22)$$

$$\sigma_{|B|(K-O)} = \sqrt{\sum_{i=1}^8 \sum_{j=1}^8 r_{ij}\sigma_i\sigma_j} = 0.122\text{m} \quad \dots\dots(23)$$

9. 解析結果

前述した方法で求めた基線長と時刻同期誤差を第7表に示す。この表には、第1回システムレベル実験の一部のデータを使用した速報値との比較も示している。この速報値は NASA/GSFC Chopo Ma のによる値と、同条件で鹿島で解析した値である。この表から基線長はほぼ $\pm 14 \text{ cm}$ の範囲に入っていることがわかる。米国 Chopo Ma による速報値からの偏差では $\pm 24 \text{ cm}$ の中に

第7表 求められた基線長とその換算誤差, Chopo Ma の解析値からの偏差, および時刻同期誤差

解	法	基線長(m)	換算誤差	Chopo からの偏差	時刻同期誤差
(i) 鹿島—モハービ (連立方程式)		8091823.60	--	-24 cm	--
(ii) 鹿島—OVRO (連立方程式)		8091823.63	--	-21	--
(iii) KAS-MBS KAS-OVRO 最小2乗法	SN 誤差	8091823.61	25 cm	-23	0.88 ns
	誤差付加	8091823.61	28	-23	1.44
(iv) KAS-MBS-OVRO 基線クローズ 最小2乗法	SN 誤差	8091823.88	20	+ 4	1.12
	誤差付加	8091823.87	19	+ 3	1.01
米国 Chopo Ma の解析		8091823.84	9.4	--	0.43
同 条 件 日 本 側 解 析	SN 誤差	8091823.86	16.8	+ 2	0.40
	誤差付加	8091823.80	10.5 cm	- 4 cm	0.26 ns

入っている。こうしたことから、本試験観測による基線長決定は±20~30cmの精度で成功したと言えるであろう。

また最小2乗後の残差のプロットを6.の第5図(c)と(d)に示した。いずれも残差は0.1nsの中に入っており、良い条件で最小2乗解が得られたと言える。第2表の換算誤差とは Scaled Sigma と呼ばれる量で、次式により定義される。

$$\sigma_{scale} = \sqrt{\text{カイ}^2 \text{乗} / \text{自由度}} \sigma_{\text{formal}} \quad \dots\dots(24)$$

つまり過小評価となりがちな共分散行列から求められた正規誤差 σ_{formal} を現実の残差の分散に比例するカイ2乗により換算したものである。従って、重み付けの時に仮定した誤差に依存する性質を除くことができるので、換算誤差は異った手法間での解析誤差の相互比較に適したものである。

第7表には、基線解析と同時に求められた時計差つまり時刻同期の換算誤差を示す。今回の12点のデータのみに、既に約1nsの時刻同期誤差が達成されている。ただし、時刻比較では、この誤差とは別に、局内遅延などによる系統誤差があり、この面についての今後の検討が必要である。

これらの結果から見て、長時間、多基線化により観測点数を増せば、所期の目標精度3cmで基線長を計算することは“射程内”に入ったと言えるであろう。

10. お わ り に

以上の報告のとおり、我国で最初の大陸間 VLBI 実験は完全に成功し、日本側で相関処理、帯域幅合成、基線や時刻同期の解析まで実施できたなど予想以上の成果を挙げることができた。この成功により各担当者は大いに自信を深め、1984年1月と2月の2回のシステムレベル実験へ向けて基盤を固めた。システムレベル実験の成果は次の機会に発表されるであろう。また1984年より5か年間にわたる。NASA との定期的かつ多基線の本格的実験が予定されている。電波研究所の VLBI システムの性能からみて、この5ヶ年間の実験により、プレート運動、地球回転、時刻同期、電波天文の各分野において、大きな成果が期待できるであろう。

この観測の実施にあたり御協力頂いた NASA/GSFC、モハービ、オーエンズバレーの各担当者に感謝します。また KAPRI の製作に協力して頂いた文部省緯度観測所と建設省国土地理院の関係の方々へ深謝致します。

参 考 文 献

- (1) 佐分利義和; “VLBI システムの研究開発と日米共同実験”, 電波時報, 1982.
- (2) 川口則幸; “V-1 K-3 型観測システムの総合評価” 本特集号, 1984.
- (3) Takahashi, F., Yoshino, T., Murakami, H., Koike, K., Kunimori, H., and Kondo, T.; “K-3

VLBI Software Development for International Experiments, NOAA Technical Report NOS 95 NGS24, 1982.

- (4) . 吉野泰造, 小池国正; "IV-2 データベースシステムの構造", 本特集号, 1984.
- (5) . 小池国正, 吉野泰造; "IV-4 データベース運用ユーティリティ", 本特集号, 1984
- (6) 国森裕正, 浜真一; "III-4 相関器制御・データ収集ソフトウェア(KROSS)", 本特集号, 1984.
- (7) 近藤哲朗, 国森裕正; "III-5 バンド幅合成ソフトウェア(KOMB)", 本特集号, 1984.
- (8) 近藤哲朗, 吉野泰造; "IV-8 データ相互変換ソフトウェア(KONV)", 本特集号, 1984.
- (9) . 高橋幸雄, 近藤哲朗; "IV-3 データベースセットアップソフトウェア(KASET)", 本特集号, 1984.
- (10) 高橋幸雄, 真鍋盛二; "IV-5 アプリオリモデル計算

ソフトウェア(KAPRI)", 本特集号, 1984.

- (11) 高橋富士信, 吉野泰造; "IV-6 パラメータ推定ソフトウェア(KLEAR)", 本特集号, 1984.
- (12) Aoki, S., Soma, M., Kinoshita, H., and Inoue, K.,; "Conversion Matrix of each B1950.0 FK4-based Positions of Stars to each J2000.0 Positions in accordance with the IAU Resolutions", *Astron. Astrophys.*, No. 128, P.263-267, 1983.
- (13) Lieske, J. H.; "Expression for the Precession Quantities Based upon the IAU (1976) System of Astronomical Constants", *Astron. Astrophys.*, No. 58, P1-16, 1977.
- (14) Wahr, J. M.; "The Forced Nutations of an Elliptical, Rotating, Elastic and Oceanless Earth", *Geophys. J.*, 64, P705-727, 1981.

