

## 電離層観測装置としてのVLBI

鹿島支所 第三宇宙通信研究室  
近藤 哲朗、浜 真一

### 1. はじめに

測地を目的とするVLBI (Very Long Baseline Interferometer) 観測では、電離層での遅延を補正する為にXバンド(8GHz)およびSバンド(2GHz)の2周波数帯で電波星からの電波を受信する。これらの2周波数帯の遅延時間の違いには電離層の全電子数TEC(Total Electron Content)に関する情報が含まれるが、今のところ電離層での伝播遅延の補正にしかその情報は用いられてなく、積極的にその情報を用いてTECの議論をしたものは僅かである[1][2]。ここでは文献[1]で用いられた電離層の汎地球foF2モデルを用いてのTEC推定を参考とした推定方法を考えた。具体的にはTECのスケールファクターを時間に対する周期関数と考える。さらにfoF2モデルを用いないで直接にTECをやはり時間に対する周期関数と考えて推定してみる。

### 2. 原理

地上の2局で受信した電波星からの電波の遅延時間には幾何学的遅延( $\tau_g$ )の他に、伝播媒質での遅延時間の差が含まれる。この内、分散性媒質での遅延は2周波数帯での遅延時間を用いて補正することができる。VLBIで観測される遅延は群遅延であるが、受信周波数が電離層でのプラズマ周波数やサイクロトロン周波数より十分に高く、Xバンドで観測される遅延およびSバンドで観測される遅延をそれぞれ $\tau_x, \tau_s$ とすると、

$$\tau_x = \tau_g + q/fx^2, \quad \tau_s = \tau_g + q/fs^2 \quad (1)$$

と表わせる。ここで $fx, fs$ は受信周波数、 $q = 40.3(TEC)/c$ である。ただしTECの単位は $e1/m^2$ で $c$ は光速である。通常の測地目的では $\tau_x, \tau_s$ から補正量、

$$q/fx^2 = (\tau_x - \tau_s)fs^2/(fs^2 - fx^2) \quad (2)$$

を計算し、真の幾何学的遅延時間 $\tau_g$ を求めている。一方、 $\tau_x, \tau_s$ からTECを求めることもでき、

$$TEC = (c/40.3) \cdot (\tau_x - \tau_s)fx^2fs^2/(fs^2 - fx^2) \quad (3)$$

と表わせる。しかしながら、こうして求められるのは2局に到達する伝播経路のTECの差のみで各伝播経路での値は求められない。VLBIでは遅延時間変化率も観測される。したがって、TECの時間微分に関する情報も得ることができる。ただし、VLBIで得る遅延時間変化率は位相遅延の時間変化率であるため符号を考慮して、

$$\dot{TEC} = (c/40.3) \cdot (\dot{\tau}_x - \dot{\tau}_s)fx^2fs^2/(fx^2 - fs^2) \quad (4)$$

である。こうして得られる $\dot{TEC}$ にはTECの実際の時間的な変化の他に伝播経路の変化に伴う空間的な変化が含まれる。今回は $\dot{TEC}$ の問題は扱わない。

### 3. 最小二乗法によるTECの推定

ここでは、最小二乗法を用いてのTECのUT依存性の推定を考えてみる。VLBI観測で得た補正量(2式)を観測量(O)とし、各局での天頂方向でのTECをモデルで与え、そのモデルから計算して求めた補正量を理論値(C)とし、O-Cの誤差を最小にするようにモデルを改良していく。ここでTECのモデルとして次のような2種類を考える。

[モデル1]

$$TEC = 10^\alpha \quad (5)$$

[モデル2]

$$TEC = \alpha \cdot TEC_{ISS-b \text{モデル}} - APCRL \text{モデル} \quad (6)$$

ここで、モデル1、2ともに、

$$\alpha = a_0 + \sum_{k=1}^K (a_k \cos k\theta + b_k \sin k\theta) \quad (7)$$

$$\text{ただし } \theta = \text{UT(時)} \cdot \pi / 12$$

で与える。モデル2で、"ISS-bモデル"は1978年8月から12月にかけて同衛星のトップサイド・サウンディングデータから求めたfoF2の世界分布モデルであり[3]、緯度、経度、UTを与えるとfoF2の値が得られる。このfoF2から"AFCRL第一近似中緯度 TECモデル"[4]を用いてTECを計算する。

これらのTECモデルからそれぞれの局での電離層での遅延 $\tau_{ix}$ は

$$\tau_{ix} = 40.3 / (cf^2) \cdot M(E1) \cdot \text{TEC} \quad (8)$$

ここで、 $c = 3 \times 10^8$  m/sec (光速)

$f$  : 受信周波数 (Hz)

またE1は各局で電波を見た高度であり、M(E1)は高度に依存したTECの補正係数を表わす。今回の計算では電離層の平均高度を300kmとして湾曲の効果も含めた下式を用いた。

$$M(E1) = 1 / \cos\{\sin^{-1}[R \cos E1 / (R+300)]\} \quad (9)$$

ただし  $R = 6371.2$  km (地球の平均半径)

観測方程式としては遅延の一定のオフセットも含め同時に推定することにした。したがって、X局とY局でVLBI観測した場合の電離層遅延の補正值 $\tau_c$ は

$$\tau_c = \tau_{offset} + \tau_{iy} - \tau_{ix} \quad (10)$$

で計算される。ここで $\tau_{ix}$ 、 $\tau_{iy}$ はX、Y局での電離層の遅延を表わした符号はVLBI観測の定義に合わせている。

モデル1、2での各パラメータに対する偏微分係数はそれぞれ次のようになる。

#### 偏微分係数

[モデル1]

$$\partial \tau_c / \partial \tau_{offset} = 1.0$$

局X

$$\partial \tau_c / \partial a_0 = - \ln 10 \cdot \tau_{ix}$$

$$\partial \tau_c / \partial a_k = - \ln 10 \cdot \tau_{ix} \cdot \cos(k\theta)$$

$$\partial \tau_c / \partial b_k = - \ln 10 \cdot \tau_{ix} \cdot \sin(k\theta) \quad (12)$$

局Y

$$\partial \tau_c / \partial a_0 = \ln 10 \cdot \tau_{iy}$$

$$\partial \tau_c / \partial a_k = \ln 10 \cdot \tau_{iy} \cdot \cos(k\theta)$$

$$\partial \tau_c / \partial b_k = \ln 10 \cdot \tau_{iy} \cdot \sin(k\theta)$$

[モデル2]

$$\partial \tau_c / \partial \tau_{offset} = 1.0$$

局X

$$\partial \tau_c / \partial a_0 = - \tau_{ix}$$

$$\partial \tau_c / \partial a_k = - \tau_{ix} \cdot \cos(k\theta)$$

$$\partial \tau_c / \partial b_k = - \tau_{ix} \cdot \sin(k\theta) \quad (13)$$

局Y

$$\partial \tau_c / \partial a_0 = \tau_{iy}$$

$$\partial \tau_c / \partial a_k = \tau_{iy} \cdot \cos(k\theta)$$

$$\partial \tau_c / \partial b_k = \tau_{iy} \cdot \sin(k\theta)$$

このヤコビアン係数行列と観測値より最小二乗法を用いて各パラメータを求める。ヤコビアン行列にランク落ちがあった場合、最小二乗解は不定となるが、特異値分解法を用いると最小二乗最小ノルム解として一意的な解を求めることができる。電離層のグローバルな変動の各局間での相関は十分に起り得、パラメータ間の強い相関が予期される。そのため、特異値分解法を用いて最小二乗推定を行った。特異値分解は文献[5]にあるサブルーチンを利用し、HP1000モデルA900計算機上でプログ

ラムを作成した。k=4 までのパラメータを各局独立に推定および共通のパラメータとして推定できる。

#### 4. 解析例

1984年7月29日に実施された日米V L B I 実験の内、鹿島-カウアイ (ハワイ) 基線、鹿島-ギルクリーク (アラスカ) 基線およびカウアイ-ギルクリーク基線データを用いて各局での TEC を推定してみた。この日の平均Kpは2であり、またDstインデックスも0付近と磁気的には静かな日である。また太陽黒点相対数は12であった。図1にモデル2の初期値 ( $\alpha=1$ ) での電離層遅延補正量の観測値とモデル値を示す。図の縦軸が観測値で横軸はモデル値 (初期値) である。図から観測値とモデル値には良い相関関係があることが分かる。特にカウアイ-ギルクリーク基線が良い。図2はモデル2のスケールファクタ  $\alpha$  の内  $a_0$  を各局独立に基線毎に推定した結果を用いて求めた TEC を示す。縦軸、横軸はそれぞれ TEC、UT を表わす。図3はパラメータ推定後の残差を示す。縦軸が残差 (nsec) でティック間隔は残差の  $1\sigma$  である。横軸は UT である。基線によって求められた値がばらつくが平均すると  $a_0$  は約0.23 である。

ISS-b の観測によれば  $f_oF_2$  と黒点相対数 R の間に次のような関係式が与えられている [3]。

$$f_oF_2 = 0.034R + 5.14 \text{ (MHz)} \quad (13)$$

ISS-b モデル値を得た頃の黒点相対数を110 として (13) 式よりこの日の  $f_oF_2$  との比をとると約0.62となる。TECが  $f_oF_2$  の二乗に比例することから、TECの比は約0.38となり、少し推定値と食い違う。しかしながら図1でよい相関関係の見られたカウアイ-ギルクリーク基線に関しては比較的一致している。

モデル2で  $k=2$  までのすべてのパラメータを独立に推定した結果を図4に示す。残差は小さくなっているが果たしてこの解が尤もらしいのかは疑問である。ちなみにパラメータ間の相関係数は0.9に達するものがある。図5にモデル1で推定した例を示すが、一般にモデル1は  $k$  を大きくすると収束が悪く収束しても、この例に示されるように現実的ではない解となる。

#### 5. おわりに

V L B I データから TEC を推定するプログラムを試作し、1984年7月29日に観測されたデータを用いて、TECの解析を

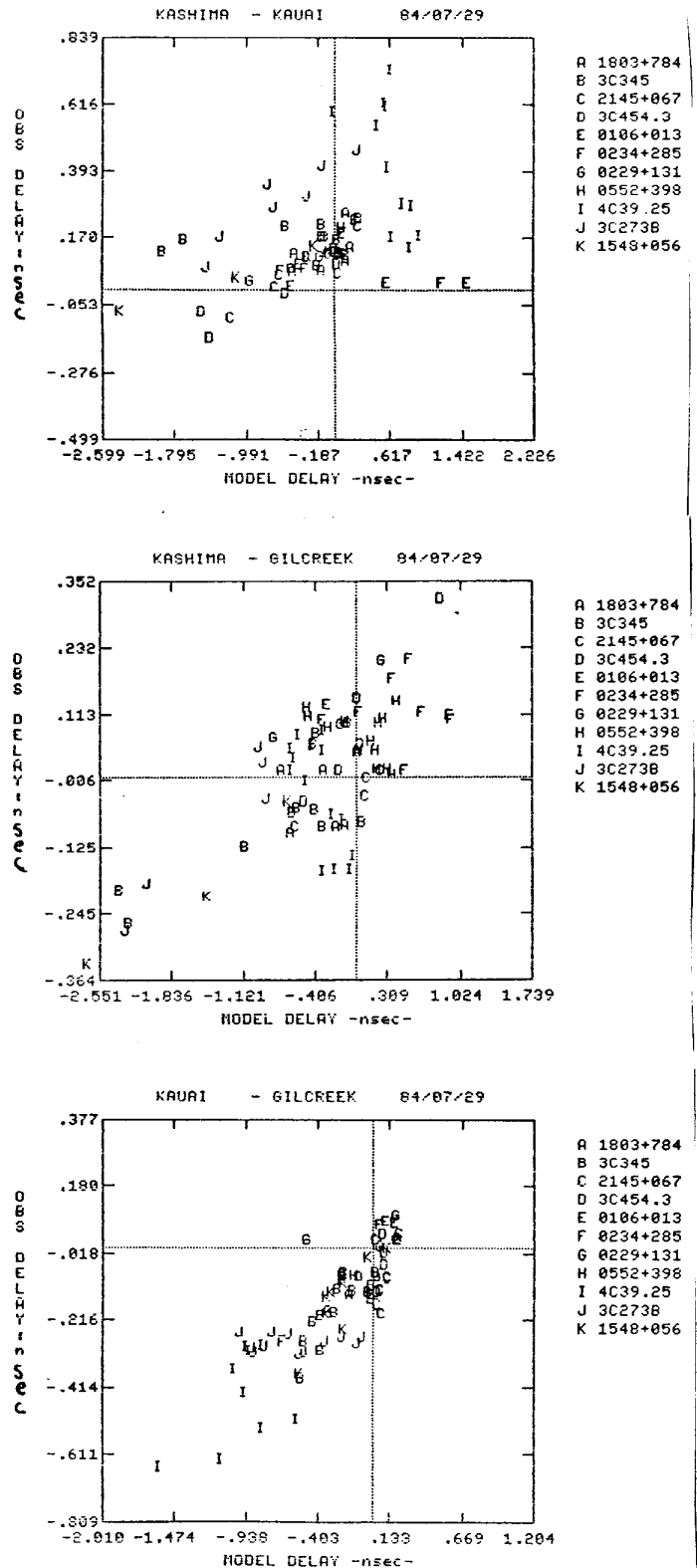


図1. 電離層遅延補正量の観測値と初期モデル値。モデル2、 $\alpha=1$ 。

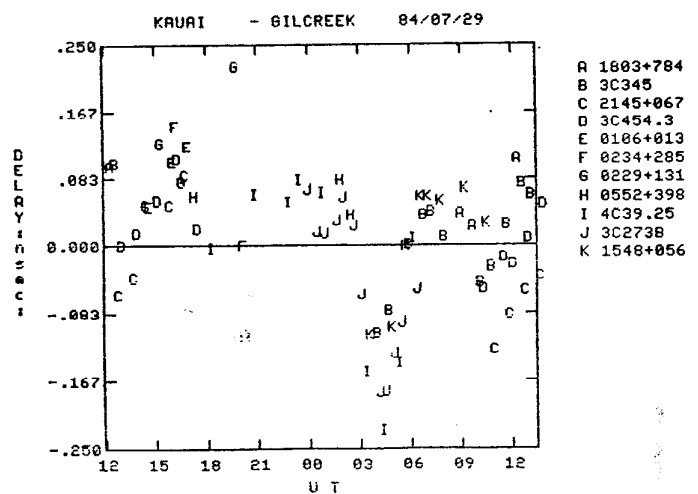
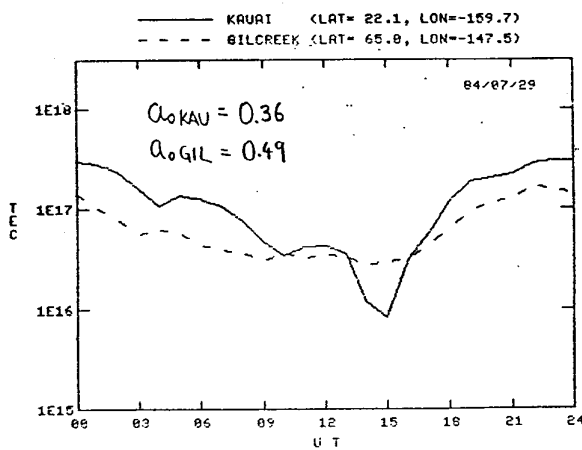
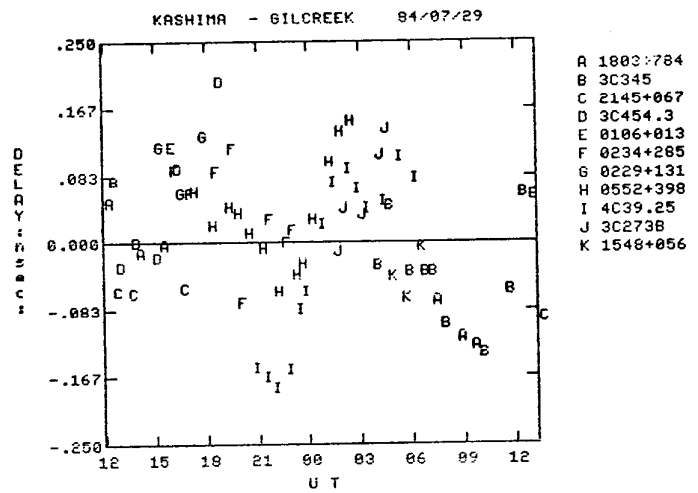
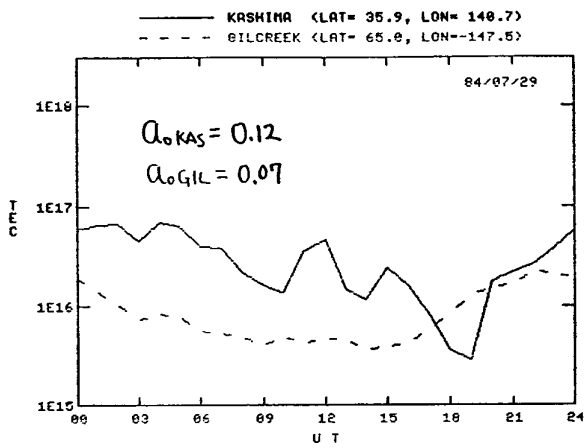
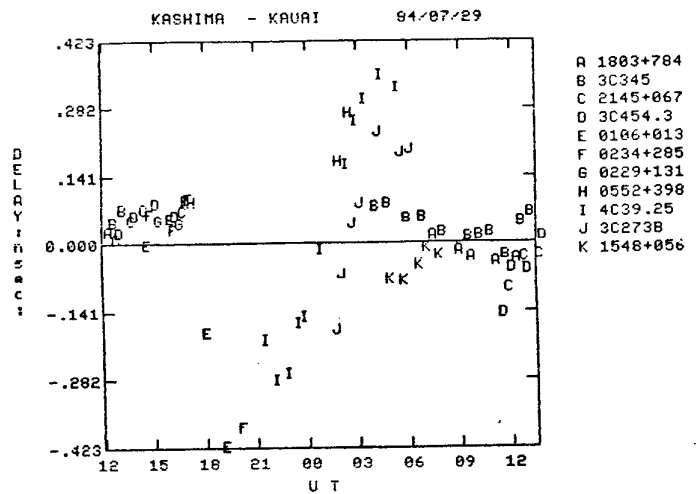
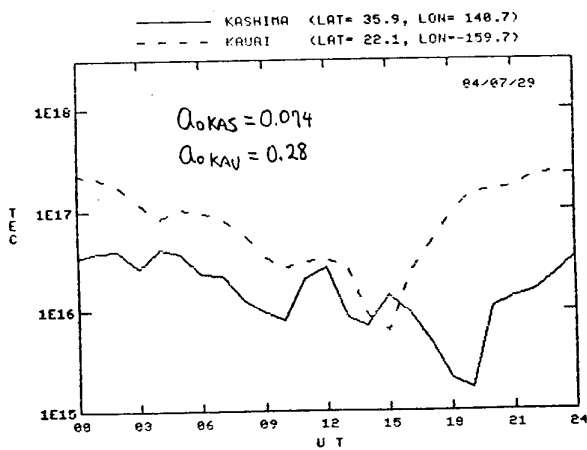


図 2. TECの推定結果。モデル 2。

図 3. 推定後の残差。モデル 2。

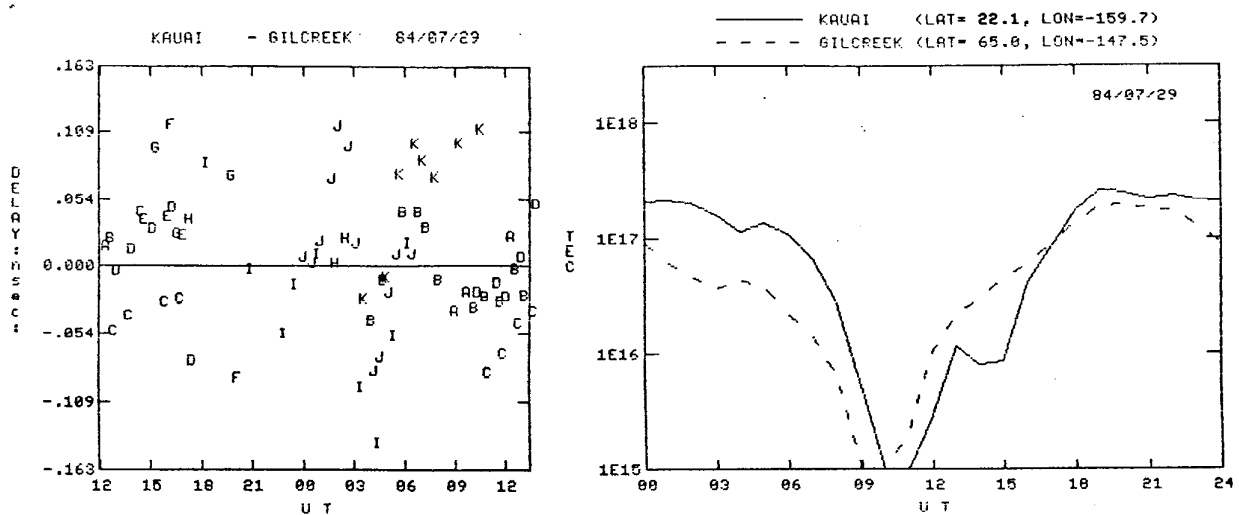


図4. 最終残差と TECの推定結果。モデル2、 $k=2$ 。

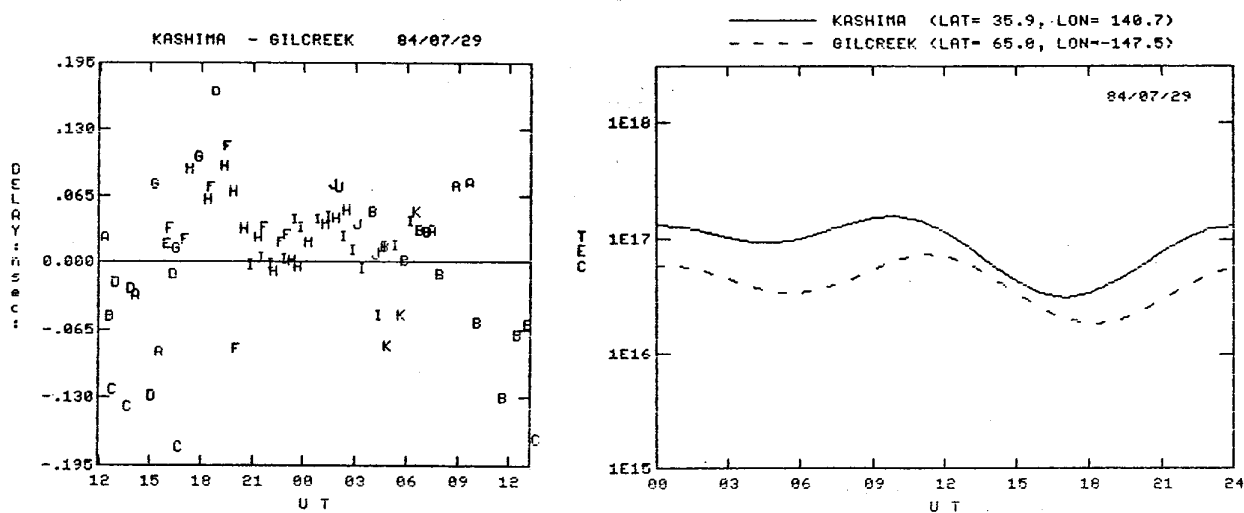


図5. 最終残差と TECの推定結果。モデル1、 $k=2$ 。

行ってみた。VLBIで取得されるデータは原理的に2局のTECの差であり、それを反映するためか今回の解析ではユニークな解は得られなかったが、ISS-bで得たfoF2モデルを用いたモデルでは比較的尤もらしい解を得た。現在、ISS-bモデルを元にさらに改良(例えばスケールファクターの表式を改める)することにより、さらに尤もらしい解が得られるのではないかと模索中である。また、3基線を同時に解くことも考えている。

#### 参考文献

- [1] 高橋 富士信、「VLBI遅延量における電離層効果の推定----GSFC滞在研究成果----」、第295回研究談話会資料、1983、7月。
- [2] 浜 真一、高橋 富士信、「VLBIにおけるS・Xバンド電離層遅延量の検討」、第330回研究談話会資料、1985、4月。
- [3] 松浦 他、「電離層F2層臨界周波数(foF2)の世界分布」、電波季、Vol.28、pp.315-331、1982。
- [4] 新野 賢爾、「電離層全電子数」、電波季、Vol.25、pp.369-379、1979。
- [5] 森 正武訳、「計算機のための数値計算法」、科学技術出版社、1978。