

1 ビットサンプリングデータ中のPCAL検出 検出法の違いによる評価

近藤哲朗

2000年8月2日

測地 VLBI において、バンド幅合成を行うために各 ch 中に位相校正 (PCAL) 信号が注入されている。この PCAL 信号の検出は相関器において、その周波数成分のみを抜き出すことによって行われるが、従来の測地 VLBI 用相関器に於いては、PCAL 信号周波数の 2 レベル近似 \sin 、 \cos 関数との相互相関により、PCAL 信号の検出を行っている。一方、PCAL 信号の検出は FFT 法によっても可能である。

1 ビットサンプリングデータ中の PCAL 信号に関して、こうした検出法の違いや DC オフセットがあった場合の影響をシミュレーションにより評価した。

1 PCAL 信号のシミュレーション

PCAL 信号の重畳した白色雑音のシミュレーションは以下のように行った。(PV-WAVE でのプログラムも適宜併記)

1. 標準偏差 1、平均値 0 の白色雑音 $n(t)$ を発生させる。

PV-WAVE では以下のようにして npoint 個の正規分布乱数を発生させる。

$$\text{noise}=\text{randomn}(\text{seed},\text{npoint})$$

2. 振幅 1、初期位相 ϕ 、周波数 f の正弦波を発生させる。

$$p(t) = \cos(2\pi ft + \phi)$$

3. 白色雑音と強度 ρ の正弦波 (PCAL 信号) および直流オフセット DC を混合する。

$$x(t) = n(t) + \rho p(t) + DC$$

4. 1 ビットサンプリングを行う

$$y(t) = \begin{cases} 1 & (x(t) \geq 0 \text{ のとき}) \\ -1 & (x(t) < 0 \text{ のとき}) \end{cases}$$

PCAL 信号の強度 ρ や初期位相 ϕ および直流オフセット DC を変化させながら、上記の方法で PCAL 信号の重畳した信号を発生させ、以下に述べる方法で実際に PCAL 信号を検出する。

2 2 レベル近似法での PCAL 検出

この方法は通常の相関器で行っている PCAL 検出方法であり、以下の手順で検出を行う。

1. PCAL 信号周期で初期位相 0 の 2 レベル近似 \cos 、 \sin 波を発生させる。

$$c(t) = \begin{cases} 1 & (\cos 2\pi ft \geq 0 \text{ のとき}) \\ -1 & (\cos 2\pi ft < 0 \text{ のとき}) \end{cases}$$

$$s(t) = \begin{cases} 1 & (\sin 2\pi ft \geq 0 \text{ のとき}) \\ -1 & (\sin 2\pi ft < 0 \text{ のとき}) \end{cases}$$

2. 1ビットサンプリング信号 $y(t)$ と $c(t), s(t)$ を掛け算し、答えが1となる個数をカウントする。PV-WAVEで表現すると以下ようになる。

```

cx=yt*ct
sx=yt*st
indexc=where(cx gt 0, cc)
indexs=where(sx gt 0, cs)

```

ここで、 cc 、 cs がそれぞれのカウント値となる。

3. 上記のカウント値および、総ビット数 N とすると、以下のようにPCAL強度、位相が求められる。

$$\begin{aligned}
 p_r &= (2 \cdot cc - N)/N \\
 p_i &= -(2 \cdot cs - N)/N \\
 \text{PCAL 強度} &= \sqrt{p_r^2 + p_i^2} \\
 \text{PCAL 位相} &= \tan^{-1} \frac{p_i}{p_r}
 \end{aligned}$$

3 FFT法でのPCAL検出

フーリエ変換によりPCAL信号の重畳した信号の周波数分析を行い、PCAL信号に相当する周波数成分の位相と強度を求める方法である。

PCAL信号の重畳した信号 $y(t)$ のFFTを行い、PCAL信号周波数に相当する成分の強度と位相を求める一連の手順を以下にPV-WAVEのプログラムで示す。ここで、信号は $ydat$ 、そのデータ数は $npoint$ 、サンプリング周波数は $fsampl$ 、PCAL周波数は $fpcal$ である。

```

cy=fft(ydat,-1) ... ydatのFFT演算
df=fsampl/npoint ... FFTでの周波数分解能
ical=fix(fpcal/df) ... PCAL周波数インデックス
phs=atan(cy(ical)) ... PCAL位相計算
amp=abs(cy(ical)) ... PCAL強度計算

```

こうしてPCAL位相および強度を求めるには、 $fpcal/df$ が整数値すなわちデータ区間に含まれるPCAL波の数が整数値であることが必要である。

4 シミュレーション結果

注入するPCAL強度 ρ を0.01から約5まで変化させ、初期位相を 0° から 90° まで 10° ごと、PCALの周期を4ビット長、40ビット長、400ビット長の3段階とした、信号を発生させた。検出の積分時間はビット数で80万ビットである(40kHzサンプリングで20秒相当)。

4.1 注入レベルの違いによる検出強度の違い

図4.1、4.2に注入レベルの違いによる、検出強度の違いを示す。破線は理論値を示し、2レベル法の場合は、

$$\frac{2}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{2}{\pi}}$$

FFT法の場合は

$$\frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{2}{\pi}}$$

となる。ここでそれぞれ $\sqrt{2/\pi}$ の部分が1ビットサンプリングによる劣化を示す部分である。検出法によらず、またPCAL周期によらず、注入レベルが0.8以下で有れば、理論値に近いレベルで検出ができていると言える。

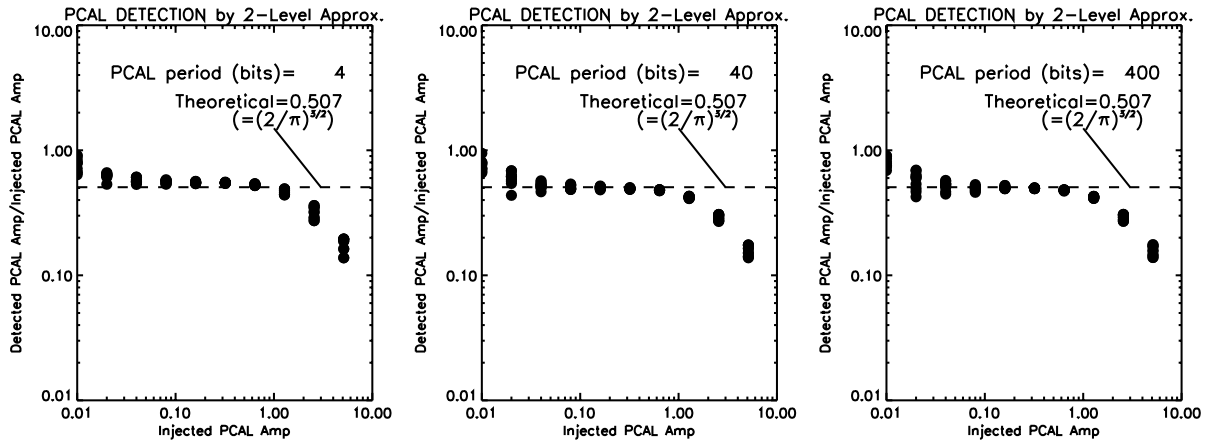


図 4.1. 2レベル近似法で検出した PCAL 強度。PCAL 周期が4ビット、40ビット、400ビットの場合を示す。

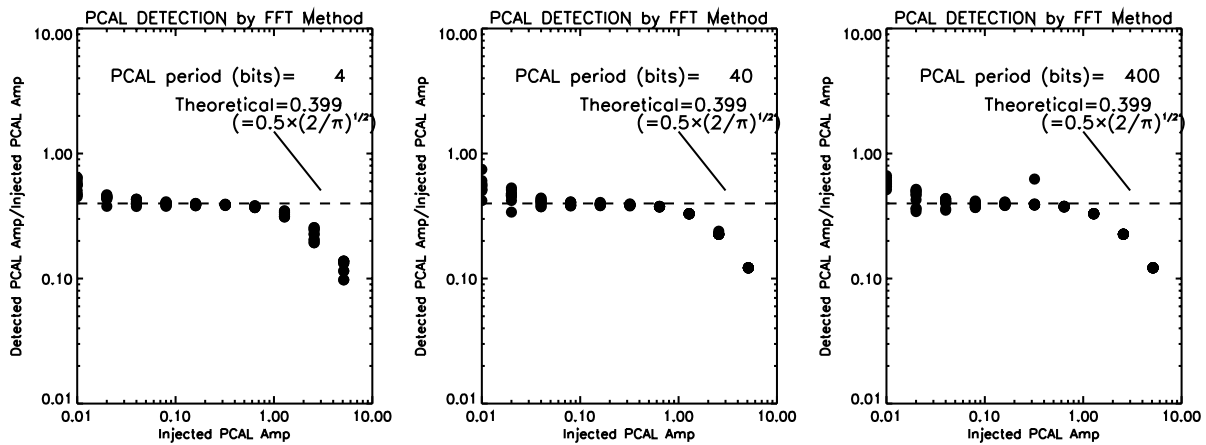


図 4.2. FFT 法で検出した PCAL 強度。PCAL 周期が4ビット、40ビット、400ビットの場合を示す。

4.2 注入レベルの違いによる検出位相の違い

図 4.3、4.4 は注入レベルによる検出位相の違いを示す。注入レベルが1以下であれば、検出法による違いはなく、正しい位相が検出されている。FFT 法は注入レベルが大きいときでも正しい位相を検出する能力に優れていると言えるが、PCAL 周期が4ビット長と短くなった場合（これは40kHz サンプリングの場合10kHzのPCAL信号に相当する）、2レベル法と同じように、悪化が見られる。なお、2レベル法では、注入するPCAL信号周期が短くなると検出される位相にバイアス誤差が発生してくる。（ただし、定常的なバイアスはバンド幅合成においては無影響である）

4.3 DC オフセットの影響

DC オフセットの影響を評価した結果を図 4.5、4.6 に示す。図は DC オフセットを0から0.5（白色雑音の標準偏差を1として）まで変化させた場合の、検出強度、検出位相を検出方式毎に示している。なお、PCAL 注入強度は0.16で固定している。またPCAL 周期は400ビットとしている。

図から DC オフセットの影響は PCAL 検出強度および位相に影響を与えないことが分かる。なお、図 4.7 には DC オフセットと1ビットサンプリング後の正負の比（+1を示す割合）の関係を示す。

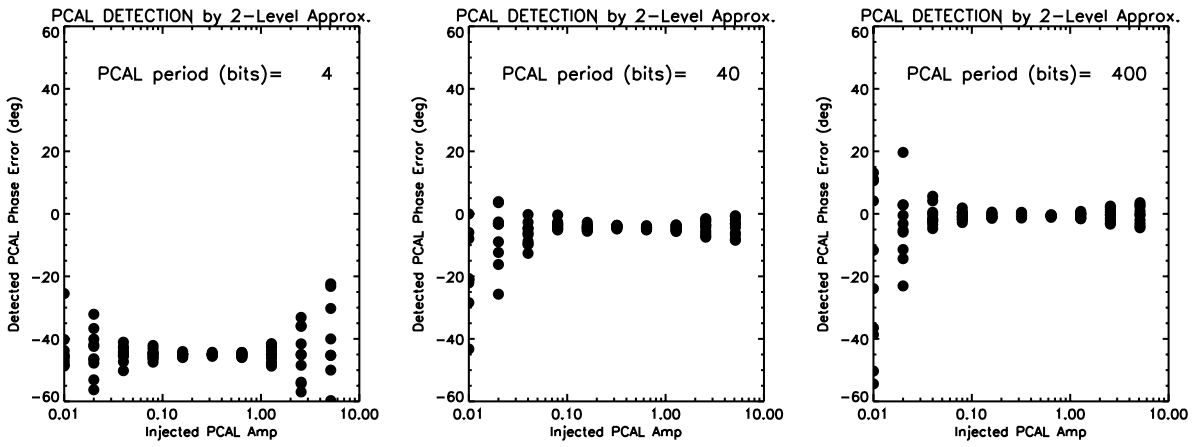


図 4.3. 2 レベル近似法で検出した PCAL 位相。PCAL 周期が4 ビット、40 ビット、400 ビットの場合を示す。

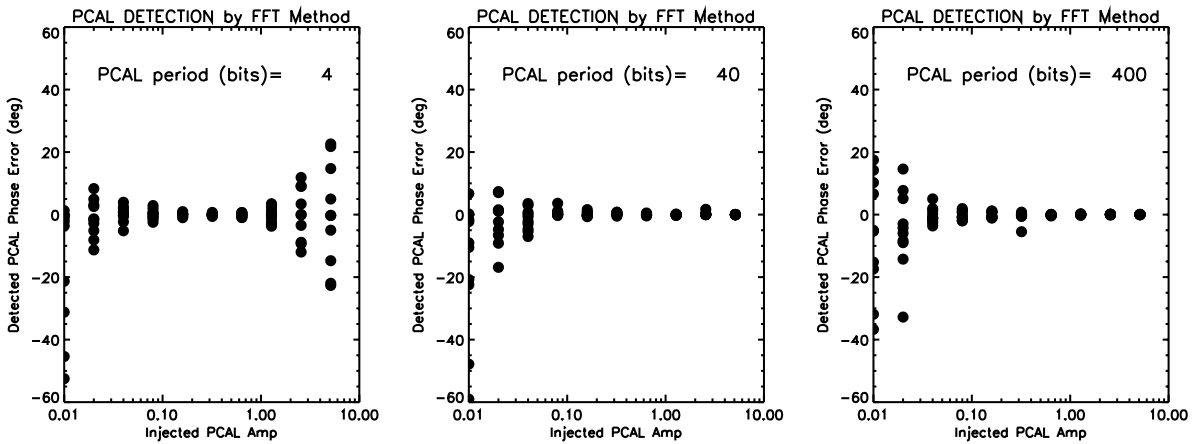


図 4.4. FFT 法で検出した PCAL 位相。PCAL 周期が4 ビット、40 ビット、400 ビットの場合を示す。

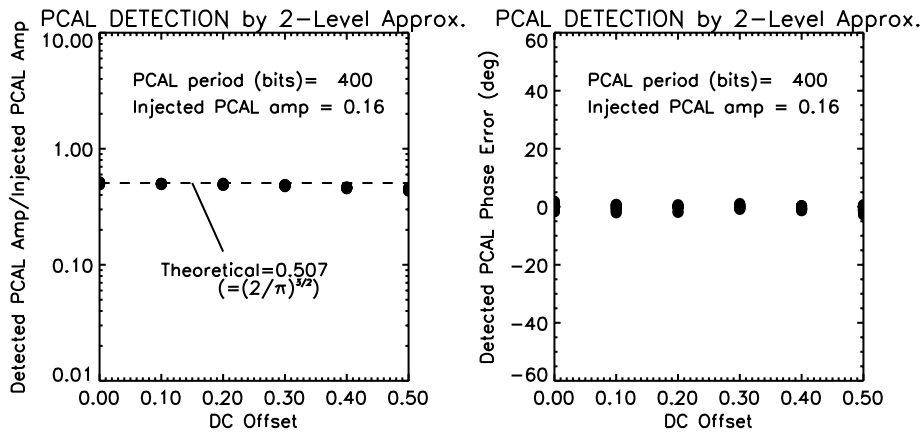


図 4.5. 2 レベル近似法で検出した PCAL 強度と位相。DC オフセットを 0 から 0.5 まで変化させた場合。PCAL 注入強度は 0.16 で固定している。PCAL 周期は 400 ビットとしている。

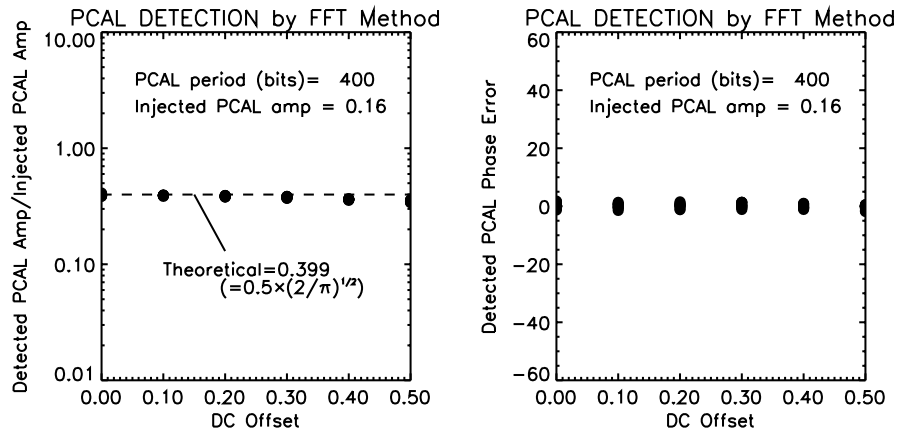


図 4.6. FFT 法で検出した PCAL 強度と位相。DC オフセットを 0 から 0.5 まで変化させた場合。PCAL 注入強度は 0.16 で固定している。PCAL 周期は 400 ビットとしている。

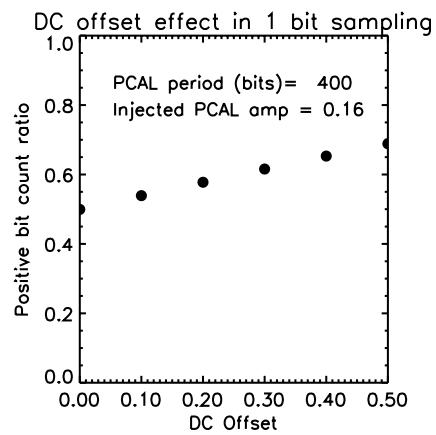


図 4.7. DC オフセットと 1 ビットサンプリングデータの + 1 を示す割合の関係。