月の時系の選択肢について

2025 年 6 月 8 日
関戸衛 [1], 竹内央 [2]、井戸哲也 [1]
1:情報通信研究機構　時空標準研究室
2:JAXA　宇宙科学研究所

1　はじめに

月周回衛星による月面周辺のナビゲーションシステムについて、各国の宇宙機関によって検討が進められている。BIPM の CCTF においても、Lunar Time の Working Group が作られ、国際的に共通な月の標準時系について検討が行われており、Pascal ら [1] が 3 つの選択肢を提案している。本資料はこれらの選択肢について、理解を深めるためのメモである。

2 節では、太陽系重心座標系と地球重心座標系の座標時 TCB,TCG,TDB,TT の関係を振り返り、3 節では地球の場合の類推から月の時系 TCL,TL と、Pascal ら [1] の Option 3で示されている TL*-TT が周期項のみを含むようにスケーリングされた座標時 TL* の関係を導く。4 節では、月と地球の相対運動による特殊相対論効果だけに着目して、時間・周波数の同期が場所に依存することを示し、5 節では、3 つの選択肢の長所・短所を [2] を基に検討する。

2　TCB,TDB,TCG,TT の関係

以下の記述の中で、小文字のローマ字の変数は、太陽系重心座標系 (BCRS:Barycentric Celestial Reference System) の座標変数を、大文字の変数は地球重心座標系 (GCRS:Geocentric Celestial Reference System) の座標変数を表わすものとする。

2000 年の IAU 総会決議 B1.9 で定義された BCRS の計量テンソルは時計がある位置のスカラーポテンシャル $w(t,\vec{\mathbf{x}})$ と、ベクトルポテンシャル $w^i(t,\vec{\mathbf{x}})$ を使って以下のように与えられる [4]。

$$
\begin{aligned}
g_{00} =& -1+2\frac{w}{c^2}-\frac{2w^2}{c^4}+O(c^{-5}) \\
g_{0i} =& -\frac{4}{c^3}w^i+O(c^{-5}) \\
g_{ij} =& \delta_{ij}(1+2\frac{w}{c^2})+O(c^{-4})
\end{aligned} \tag{1}
$$

G は重力定数、スカラーポテンシャル、ベクトルポテンシャルはそれぞれ以下の通りである。

$$
w(t,\vec{\mathbf{x}}) = G\int d\vec{\mathbf{x}}'\frac{\sigma(t,\vec{\mathbf{x}'})}{|\vec{\mathbf{x}}-\vec{\mathbf{x}}'|}+\frac{1}{2c^2}G\frac{\partial^2}{\partial t^2}\int d^3x'\sigma(t,\vec{\mathbf{x}}')\,|\vec{\mathbf{x}}-\vec{\mathbf{x}}'|\,, \tag{2}
$$

$$
w^i(t,\vec{\mathbf{x}}) = G\int d^3x'\frac{\sigma^i(t,\vec{\mathbf{x}}')}{|\vec{\mathbf{x}}-\vec{\mathbf{x}}'|}, \tag{3}
$$

ここで、$\sigma(t,\vec{\mathbf{x}}), \sigma^i(t,\vec{\mathbf{x}})$ はそれぞれ質量密度、質量流束密度を示す。以下の式の変形では簡単のため、c^{-2} のオーダーで近似し、潮汐の影響を無視して (2) 式のスカラーポテンシャル w を $U=\sum_j \frac{GM_j}{R_j}$ と表記する。対象となる位置における重力ポテンシャルを j(=重力源) に対して総和を取ったものである。

太陽系重心座標系 (BCRS) は太陽系重心を原点とする 4 次元座標系で空間座標の軸は、遠方の電波天体 (クェーサー等) の方向で定義される。Barycentric Coordinate Time(TCB) は、BCRS 原点に位置する重力ポテンシャルの影響を受けない仮想的な時計が刻む時系で、BCRS の座標時である。TCB をスケーリングして TT の時間スケールと平均的に同じ時間スケールになるように調整したもう一つの BCRS の座標時が Barycentric

Dynamical Time (TDB) である。TCG は地球中心と共に移動するが地球の重力ポテンシャルの影響は受けない仮想的な時計が刻む時系で、地球中心座標系 (GCRS) の座標時である。

太陽系重心座標系 (BCRS) の座標 $(t_{\mathrm{TCB}}, \vec{\mathbf{x}}_{\mathrm{TCB}})$ で地球中心に置かれた時計について考える。座標を、スケールファクター

$$l = (1-L)^{-1} \tag{4}$$

でスケーリングした座標を $(t', \vec{\mathbf{x}}')$ とする。地球中心における無限小の 4 次元のイベント間の線素を TCB-compatible な座標、スケーリングされた BCRS の座標 $(t', \vec{\mathbf{x}}')$, TCG-compatible な座標それぞれで表してみる。

$$\begin{aligned} ds^2 &= (g_{\mu,\nu} dx^{\mu} dx^{\nu}) \\ &= -\left(1-2\frac{U_{\mathrm{E}}}{c^2}\right) c^2 dt_{\mathrm{TCB}}^2 + \left(1+2\frac{U_{\mathrm{E}}}{c^2}\right) \sum_{i=1}^{3} {dx^i_{\mathrm{TCB}}}^2 \qquad (5) \\ &= l^2 \left[-\left(1-2\frac{U_{\mathrm{E}}}{c^2}\right) c^2 dt'^2 + \left(1+2\frac{U_{\mathrm{E}}}{c^2}\right) \sum_{i=1}^{3} dx'^{i2} \right]. \qquad (6) \\ &= -c^2 dT_{\mathrm{TCG}} + \sum_{i=1}^{3} dX^{i2}_{\mathrm{TCG}}, \qquad (7) \end{aligned}$$

ここで $U_{\mathrm{E}} = \sum_{\mathrm{j} \neq \mathrm{E}} \frac{GM_j}{r_{Ej}}$ は地球中心で評価した、地球以外の天体の重力ポテンシャルである。

基準座標系 (BCRS,GCRS) とその座標時 TCB,TDB,TCG,TT の関係については、いくつもの文献 [3, 4, 5, 11] で議論され記述されている。ここで 2000 年 IAU 総会の決議の補足論文 [4] を元に再掲すると、

$$\mathrm{TCB} - \mathrm{TCG} = \frac{1}{c^2}\left[\int_{t_0}^{t} \left(\frac{v_{\mathrm{E}}^2}{2} + U_{\mathrm{E}}(\vec{\mathbf{x}}_{\mathrm{E}})\right) dt + \vec{\mathbf{v}}_{\mathrm{E}} \cdot \vec{\mathbf{r}}_{\mathrm{E}}\right] \tag{8}$$

TT は、「ジオイド上で定義されるの時計」と表現されることもがあるが、自転する地球のジオイド面上の時計（固有時）は地球の自転とともに動くので、慣性座標系の中で静止しておらず、この定義の場合 TT は座標時ではない。TT を、TCG からジオイド面上のポテンシャル (W_0) 分だけスケーリングした、地球中心座標系に静止した時計の時間と考えたときには、座標時と考えることができる。TCG と TT の関係は 2000 年の IAU 総会において $L_{\mathrm{G}} = W_0/c^2$ を定数として定義され [7]、

$$\begin{aligned} dT_{\mathrm{TT}} &= (1-L_{\mathrm{G}}) dT_{\mathrm{TCG}} \qquad (9) \\ d\vec{\mathbf{X}}_{\mathrm{TT}} &= (1-L_{\mathrm{G}}) d\vec{\mathbf{X}}_{\mathrm{TCG}} \qquad (10) \end{aligned}$$

とスケーリングされている。TCG-TT は以下のようにあらわされる [4]。

$$\begin{aligned} \mathrm{TCG} - \mathrm{TT} &= L_{\mathrm{G}} \times (\mathrm{JD} - 2443144.5) \times 86400, \\ L_{\mathrm{G}} &= 6.969290134 \times 10^{-10} \qquad (11) \end{aligned}$$

TDB は TDB-TT が周期項のみとなるように TCB をスケーリング $(L = L_{\mathrm{B}})$ した BCRS の座標時であある。TDB を一意に定義するため、2006 年 IAU 総会で定数 L_{B} が正式に定義され、TCB と TDB の関係は

$$\begin{aligned} \mathrm{TCB} - \mathrm{TDB} &= L_{\mathrm{B}} \times (\mathrm{JD} - 2443144.5) \times 86400, \\ L_{\mathrm{B}} &= 1.550519768 \times 10^{-8} \qquad (12) \end{aligned}$$

で表される [8]。

各時系の時間スケールの違いを微分表現にして表すと、TCG と TCB の場合は

$$\frac{d\mathrm{TCG}}{d\mathrm{TCB}} = 1 - \frac{1}{c^2}\left(\frac{v_{\mathrm{E}}^2}{2} + U_{\mathrm{E}}(\vec{\mathbf{x}}_{\mathrm{E}}) + \vec{\mathbf{v}}_{\mathrm{E}} \cdot \vec{\mathbf{V}}_{\mathrm{obs}} + \frac{d\vec{\mathbf{v}}_{\mathrm{E}}}{dt} \cdot \vec{\mathbf{r}}_{\mathrm{E}}\right). \tag{13}$$

ここで、$\vec{\mathbf{v}}_{\mathrm{E}}$ は太陽系重心座標系の地球中心の速度ベクトル、$\vec{\mathbf{V}}_{\mathrm{obs}}$ は地球重心座標系における観測者の速度ベクトルである。TT と TCG および TDB と TCB のスケール比はそれぞれ

$$\frac{d\mathrm{TT}}{d\mathrm{TCG}} = 1 - L_{\mathrm{G}} \tag{14}$$

$$\frac{d\mathrm{TDB}}{d\mathrm{TCB}} = 1 - L_{\mathrm{B}}. \tag{15}$$

これらから

$$\frac{d\mathrm{TT}}{d\mathrm{TDB}} = \frac{1-L_{\mathrm{G}}}{1-L_{\mathrm{B}}}\left[1 - \frac{1}{c^2}\left(\frac{v_{\mathrm{E}}^2}{2} + U_{\mathrm{E}}(\vec{\mathbf{x}}_{\mathrm{E}}) + \vec{\mathbf{v}}_{\mathrm{E}}\cdot\vec{\mathbf{V}}_{\mathrm{obs}} + \frac{d\vec{\mathbf{v}}_{\mathrm{E}}}{dt}\cdot\vec{\mathbf{r}}_{\mathrm{E}}\right)\right] \tag{16}$$

上記の式の中の重力ポテンシャルは地球中心で評価する。式 (11) の最終項や、式 (13) および式 (16) の最終項 2 つは、太陽系重心座標系から、それに対して運動している地球重心座標系に座標変換する際のローレンツ変換 (同時性の差) に伴う項である。

TDB を座標時とする TDB-compatible な座標系では、mass parameter GM など、物理定数がスケーリングされる。例えば $GM_{\mathrm{sun}}^{\mathrm{TDB}} = (1-L_{\mathrm{B}})GM_{\mathrm{sun}}^{\mathrm{unscaled}}$)。同様に、TT-compatible な座標系も unscaled な TCB,TCG の座標系とは異なる mass parameter (例えば $GM_{\mathrm{E}}^{\mathrm{TT}} = (1-L_{\mathrm{G}})GM_{\mathrm{E}}^{\mathrm{unscaled}}$) を使うことになる。

参考のため図 1 に各座標時と重力ポテンシャルの関係のイメージを示す。

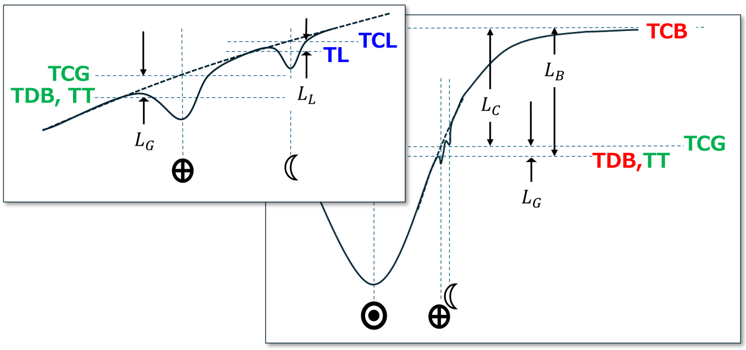

図 1: Schematic image of relation between coordinate time scale and gravtational potential.

3　月の時系について

前節の地球の時系の導出過程と同様にして [1] に示されている月時系について考える。2024IAU 総会決議 [9] では月の基準座標系 Lunar Centric Reference System (LCRS) とその座標時 Lunar Centric Coordiante Time (TCL)[9] が定義されている。これは地球の TCG に対応するものであり、同様に TT に対応した月バージョンとして TCL をスケーリングして、月表面の時計の歩度と歩度をほぼ同じにした座標時 Lunar Time(TL) が考えられる。Pascal ら [1] は月の標準時系として以下の 3 つの選択肢を提案している。

1. Using TCL (Lunar Centric Coordinate Time)
2. Defining a TL, scaled version of TCL and defined on a given W_{L0}
3. Definiing a TL, scaled version of TCL so that TL-TT has only periodic term

月の時系を地球の場合に対応させて (TCG⇔TCL, TT⇔TL) それぞれの場合について時間スケールの違いを表してみる。

Lunar Time (TL) は、月表面における標準的な月の重力ポテンシャル $W_{\rm L0}$ を定めて、$L_{\rm L} = W_{\rm L0}/c^2$ を定義し

$$\frac{d{\rm TL}}{d{\rm TCL}} = 1 - L_{\rm L} \tag{17}$$

とする。TCL 及び TL の TDB に対するレート差は、は TCG,TT の場合の式 (13)、(16) を参考にして以下のように導かれる。

$$\frac{d{\rm TCL}}{d{\rm TDB}} = \frac{1}{1-L_{\rm B}}\left[1-\frac{1}{c^2}\left(\frac{v_{\rm L}^2}{2}+U_{\rm L}\right)\right] \tag{18}$$

$$\frac{d{\rm TL}}{d{\rm TDB}} = \frac{1-L_{\rm L}}{1-L_{\rm B}}\left[1-\frac{1}{c^2}\left(\frac{v_{\rm L}^2}{2}+U_{\rm L}\right)\right] \tag{19}$$

ここで $U_{\rm L} = \sum_{j\neq L}\frac{GM_j}{r_{Lj}}$ は月重心で評価した月以外の天体の重力ポテンシャル、$v_{\rm L}$ は太陽系重心座標系における月の速度である。簡単のため、観測者（時計）は月重心にあるとして、式 (13), (16) の最終 2 項にあたる、位置に依存した項は省略している。

TT と TCL、TT と TL とのスケールの差はそれぞれ

$$\frac{d{\rm TCL}}{d{\rm TT}} = \frac{d{\rm TCL}}{d{\rm TDB}}\cdot\left(\frac{d{\rm TT}}{d{\rm TDB}}\right)^{-1} \tag{20}$$

$$= \frac{1}{1-L_{\rm G}}\left[\frac{1-\frac{1}{c^2}\left(\frac{v_{\rm L}^2}{2}+U_{\rm L}\right)}{1-\frac{1}{c^2}\left(\frac{v_{\rm E}^2}{2}+U_{\rm E}\right)}\right] \tag{21}$$

$$\cong 1+\frac{1}{c^2}\left(\frac{v_{\rm E}^2-v_{\rm L}^2}{2}+U_{\rm E}-U_{\rm L}\right)+L_{\rm G} \tag{22}$$

及び

$$\frac{d{\rm TL}}{d{\rm TT}} = \frac{d{\rm TL}}{d{\rm TDB}}\cdot\left(\frac{d{\rm TT}}{d{\rm TDB}}\right)^{-1} \tag{23}$$

$$= \frac{1-L_{\rm L}}{1-L_{\rm G}}\left[\frac{1-\frac{1}{c^2}\left(\frac{v_{\rm L}^2}{2}+U_{\rm L}\right)}{1-\frac{1}{c^2}\left(\frac{v_{\rm E}^2}{2}+U_{\rm E}\right)}\right] \tag{24}$$

$$\cong 1+\frac{1}{c^2}\left(\frac{v_{\rm E}^2-v_{\rm L}^2}{2}+U_{\rm E}-U_{\rm L}\right)+L_{\rm G}-L_{\rm L} \tag{25}$$

となる。

Option3 の要求する TT と平均レートが同じになるように調整された座標時 TL を TL* とすると、TCL と TL* の間のスケーリング定数は $L_{\rm L}$ と異なり,<> を長期平均を表すものとして

$$L_{\rm L}^* = \left\langle\frac{1}{c^2}\left(U_{\rm E}-U_{\rm L}+\frac{v_{\rm E}^2-v_{\rm L}^2}{2}\right)\right\rangle + L_{\rm G} \tag{26}$$

で定義された $L_{\rm L}^*$ を使うと

$$\left\langle\frac{d{\rm TL}^*}{d{\rm TT}}\right\rangle = 1 \tag{27}$$

となる。

以上の定式は概略を示したものであり、ここで無視した高次の項を含む検討は他の文献を参照されたい [10, 11]。また、この節で示した時系の比較は、月中心で評価した時系であり観測者が月表面や月上空に居る場合には、地球の場合に式 (8)、式 (13) や式 (16) の最終項に表されている項を考慮しなければならないことに注意する。これは、相対的に動いている座標系間の同時性の違いによる効果であり、月と地球の間の時刻・時間の比較が場所に依存するとを 4 節で、特殊相対論のみを考慮して検討してみる。

4 月と地球の間の時刻の比較・同期は場所に依存する

前節までは、地球重心・月重心で評価した時系の間のレート（スケール）の違いについて考えた。しかし、地球表面又は軌道上の時計（固有時）と月の表面又は軌道上の時計（固有時）を比較する場合には、比較対象点の地心、及び月心からの距離 (場所) に依存する。このことを、単純に示すためこの節では、特殊相対論の効果のみを考える。

月は地球の周りを約 1km/s の速度で公転しており、地球 GCRS の座標 $(T, \vec{\mathbf{X}})$、月 LCRS の座標 $(T', \vec{\mathbf{X}}')$ の間には、ローレンツ変換が必要である。$\vec{\mathbf{V}}_\mathrm{L}$ を地心に対する月の速度、$\gamma = 1/\sqrt{1-(V_\mathrm{L}/c)^2}$ とし、$*^T$ を転置行列を表し、$(\vec{\mathbf{A}} \otimes \vec{\mathbf{B}})_{ij} = A_i B_j$ を表すものとすると、ローレンツ変換は以下のように書ける。

$$\begin{pmatrix} cT \\ \vec{\mathbf{X}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & \gamma \frac{\vec{\mathbf{V}}_\mathrm{L}^T}{c} \\ \gamma \frac{\vec{\mathbf{V}}_\mathrm{L}}{c} & \mathbf{I} + (\gamma - 1)\frac{\vec{\mathbf{V}}_\mathrm{L} \otimes \vec{\mathbf{V}}_\mathrm{L}}{V_\mathrm{L}^2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} cT' \\ \vec{\mathbf{X}}' \end{pmatrix} \tag{28}$$

月面上 (LCRS) での同時刻 $dT' = 0$ のイベントも地球の座標系 (GCRS) では

$$dT = \gamma \frac{\vec{\mathbf{V}}_\mathrm{L} \cdot d\vec{\mathbf{X}}'}{c^2} \tag{29}$$

の時刻差がある。この大きさは、月の半径 1700km 程度離れた場所で最大 19ns 弱程度である。また、時刻比較・同期の対象が高速に運動している場合には、

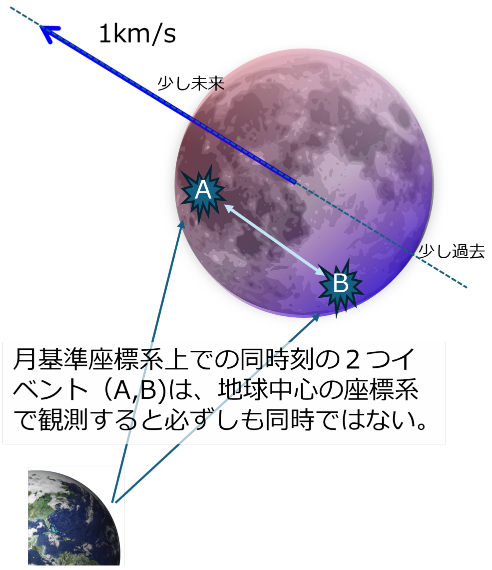

図 2: 相対運動をしている月と地球では同時性が異なる為、時刻の同期を行う場合、場所を指定しないと時系を一意に指定できない。例えば月の半径程度離れた月面上 (LCRS) での同時イベントが地球の座標系 (GCRS) では 20ns 程度同時性が異なる。

$$\frac{dT}{dT'} = \gamma \frac{\vec{\mathbf{V}}_\mathrm{L} \cdot \vec{\mathbf{V}}_\mathrm{obs}}{c^2} \tag{30}$$

のレート差が生じる。月の運動 ($V_\mathrm{L}/c \sim 3.3 \times 10^{-6}$) と、GPS 衛星の運動 $V_\mathrm{GPS}/c \sim 1.3 \times 10^{-5}$ を使って具体的に値を計算すると最大 4×10^{-11}、高度 400 km の国際宇宙ステーションと月の場合、最大 3.5×10^{-10} のレート差が生じる。

5 時系の選択肢の長所・短所

以下 Pascal ら [1] の提案する Option について考える。既に [2] に 3 つの Option の長所、短所を検討おり、以下それを確認する。

5.1 Option1 の場合

月重心座標系の座標時 TCL を使う。

長所
1. TCL は IAU で定義された LCRS の座標時 [9] であり、新たな時系を定義する必要がない。
2. unscaled な座標時のため、物理量 (長さ、mass parameter など）は unscaled な TCB-compatible, TCG-compatible な物理量と同じになり、新規の時空基準系を導入する必要がない。

短所
1. 月表面に置かれた原子時計は、TCL に対して 2μs/day(2.3×10^{-11} s/s) のレート (周波数) オフセットを持つ。
2. TCL と TT を比較した場合には 約 58μs/day (6.7×10^{-10} s/s) のレート (周波数) オフセットを持つ。

3. 地球上（上空含む）の TT と月面（上空含む）との間の時刻比較・同期には、相対的に動いている座標系間の特殊相対論的な同時性の違いを考慮する必要があり、時間の比較が場所に依存する。この点は全ての Option で共通。

5.2 Option2 の場合

TCL に対して $\mathrm{TL} = (1 - L_\mathrm{L})\mathrm{TCL}$ とスケーリングされた座標時 TL を使う。

長所
1. 月面上の原子時計が、基準ポテンシャル上にある時、その時計は TL の実現値として時を刻む。

短所
1. $1 - L_\mathrm{L}$ のスケーリングを導入すると、スケーリングされた物理量 (長さ、mass parameter など）をもつ座標系を新たに導入することになる [12]。
2. TL と TT を比較した場合には 約 56μs/day (6.5×10^{-10} s/s) のレート (周波数) オフセットを持つ。
3. 地球のように海水が存在する天体の場合には、天体表面上で　基準となる等ポテンシャル面を「平均海水面」とわかりやすく定義できるが、月には海が無いので　簡便な方法で等ポテンシャル面をわかりやすく定義する事が難しい
4. 地球上（上空含む）の TT と月面（上空含む）との間の時刻比較・同期には、相対的に動いている座標系間の特殊相対論的な同時性の違いを考慮する必要があり、時間の比較が場所に依存する。この点は全ての Option で共通。

5.3 Option3 の場合

TCL をスケーリングして平均的に TT と同じレートの座標時 (TL^*) を使う ($\langle d\mathrm{TL}^*/d\mathrm{TT}\rangle = 1$)。つまり、この座標時 TL^* - TT が周期項を除いて同一となるように定義する。

長所
1. TL^* と TT は周期項を除いて同一なので、TT や TDB に対して「xxx 秒以下の精度で一致する」とした扱いができる。時間の経過とともに差が拡大することがない。
2. 地球の GNSS 衛星の時計 (GPS time 等) と平均的に同じ時間スケールとなる為、扱いが容易に見える。

短所
1. 月面上に置かれた理想的な時計に対して TL^* は 56 μs/day (6.6×10^{-10} s/s) のレートでずれていく。
2. $1 - L^*_\mathrm{L}$ のスケーリングを導入すると、スケーリングされた物理量 (長さ、mass parameter など）を持つ座標系を新たに導入することになる。
3. 地球上（上空含む）の TT と月面（上空含む）との間の時刻比較・同期には、相対的に動いている座標系間の特殊相対論的な同時性の違いを考慮する必要があり、時間の比較が場所に依存する。この点は全ての Option で共通。

6 まとめ・コメント

- Option2,3 の場合には、スケーリングされた物理量 (長さ、mass parameter など）をもつ座標系を新たに導入することになる。
- 地球のように海水が存在する天体の場合には、天体表面上で基準となる等ポテンシャル面を「平均海水面」という形でわかりやすく定義できる。しかし、月には海が無いため簡便な方法で等ポテンシャル面をわかりやすく定義する事が難しい (Option2 の短所)

- 4 節で議論したように、どの選択肢の場合でも、地球と月の比較を行う対象の位置・運動に依存して時刻や時間の進みが異なる。 どのオプションの場合でも地球の TT との時間・周波数の比較・同期には相対論的な時空座標変換を考慮することが必要である。

参考文献

[1] Pascal Defraigne, Adrien Bourgoin, Frédéric Meynadier, "Lunar TIme Different options for a reference", Workshop on Clislunar Positionin, Navigation, and Timing(PNT), 11-13 Feb. 2025, Vienna Austria.

[2] Pascal Defraigne, Adrien Bourgoin, Frédéric Meynadier,Lunar Time -status-,CCTF-WG 29 Apr. 2025.

[3] M.H.Soffel,V.A.Brunberg,(1991),Relativistic Reference Frames Including Time Scales: Questions and Answers, Cel.Mech.& Dyna. Astron, Vol. 52, pp.355-373

[4] Soffel et al.,(2003) The IAU 2000 Resolutions for astrometry, celestial Mechanics, and Metrology in the Relativisitc Framework: Explanatory supplement, Astron. J. Vol. 126, pp. 2687-2706.

[5] T.D.Moyer,(2000),Formulation for Observed and Computed Values of Deep Space Network Data Types for Navigation, Monograph2 Deep Space Communications and Navigation Series.

[6] Kopeikin, (2007)Relativistic Reference Frames for Astrometry and Navigation in the Solar System, AIP Conference Proceedings, NEW TRENDS IN ASTRODYNAMICS AND APPLICATIONS III 16-18 August 2006 Princeton, New Jersey (USA) doi:10.1063/1.2710062

[7] IAU Resolution B1.9: Re-definition of terrestrial time TT, The XXIVth IAU Genral Assembly ,2000.

[8] IAU Resolution B3: Re-definition of Barycentric Dynamical Time, TDB, The XXVIth IAU Genral Assembly ,2006.

[9] IAU Resolution II: Resolution to establish a standard Lunar Celestial Reference System (LCRS) and Lunar Coordinate Time (TCL),IAU Genral Assembly 15 April. 2024

[10] Neil Ashby & Bijunath R. Patla, A Relativistic Framework to Estimate Clock Rates on the Moon, The Astron. J., 168(3), 2024., doi: 10.3847/1538-3881/ad643a

[11] Sergei M. Kopeikin, & George H. Kaplan, Lunar time in general relativity, Phys. Rev. D, 110(8), 2024, doi:10.1103/PhysRevD.110.084047

[12] S.A.Klioner, Relativistic scaling of astronomical quantities and the system of astronomical units, A&A, 478(3),2008, doi: 10.1051/0004-6361:20077786