# 2K10　月時系についての国際的な調整状況

○関戸衛、井戸哲也（情報通信研究機構）

Status of international coordination of Lunar Time

Mamoru SEKIDO and Tetsuya IDO (NICT)

Key Words: Lunar Time, Relativity

Abstract

For expanding the scope of human activity into the space around the moon and beyond, various nations -- including the United States, European countries, and China -- are conducting space development programs with each envisioning lunar-orbiting satellite navigation systems. Since such systems require timing precision on the order of nanoseconds, a precise definition of lunar standard time consistent with the lunar reference coordinate system is required. The International Bureau of Weights and Measures (BIPM), which manages Earth's time scales, is expected to coordinate a lunar time scale based on international consensus; currently, two candidates are being considered in discussions involving space agencies.

One is TCL (Lunar Coordinate Time), defined as a coordinate time of Lunar Celestial Reference System (LCRS). The other is TL, which is derived by scaling TCL so that the rate of the clock matches that of an ideal primary frequency standard located on reference potential of the lunar surface. This presentation outlines the characteristics of these time scales and the current status of efforts toward reaching an international agreement.

## 1.　背景

月周辺へ人類の活動域を広げるため，米国，欧州，中国など複数の国が宇宙開発を進めており，各国の宇宙機関は月面基地建設や月周辺での活動を支援するため，地球の衛星測位システム(GNSS)と類似の測位衛星システムの構築を構想している．衛星測位システムで正確な座標を得るには，各衛星搭載の時刻が 1 ナノ $(10^{-9})$ 秒オーダーで同期していることが必要とされる．

しかし，現在のところ月では地球の UTC のように標準時系として国際的に共通に定義された時系はない．また一般相対性理論の重力赤方偏移によって，重力場の中に置かれた時計はそのポテンシャルの深さに応じて時間の進みが異なり，月面では地球表面に比べて $6.4\times10^{-10}$（1 日に約 56 マイクロ秒）の割合で時間が早く進む．

各国はそれぞれ月周回の衛星測位システムを計画しており，共通に使用する空間座標系および月標準時を定めることが月周辺の衛星測位を国際的な相互運用性を確保して進めるため重要となっている．

国際天文学連合（IAU）、国際地球物理連合（IUGG）には月の重心を原点とする空間の基準座標系を提案することが期待されており，地球の協定世界時を定めている国際度量衡局（BIPM）には、国際的に合意された月標準時を提案することが期待されている．

BIPM では，時間周波数諮問委員会（CCTF）に月時系タスクグループを設置して月時系の検討を進めてきた。この講演では、候補として検討されている時系の特徴と，現在の国際的な合意に向けた取り組み状況などを紹介する．

## 2.　地球の時系 TT と太陽系重心座標系及び地球重心座標系の座標時

まず，月の時系について議論する前に，地球の座標系と時系について整理しておく．数千ｋｍの距離を mm 精度で計測できる GNSS や VLBI，SLR などの宇宙測地技術の登場によって，基準座標系は時間と空間を一体として扱う一般相対性理論の枠組みで定義することが必要となり，1991 年の IAU 総会において太陽系重心天球基準座標系（BCRS）とその時間座標である TCB，及び地球中心天球基準座標系（GCRS）とその座標時 TCG の関係が定義された[1,2].

BCRS は，太陽系重心を原点として，重力源が無い平らな時空の空間座標系を想定し，その上に太陽や惑星を配置して太陽系の天体運動を記述する．GCRS は地球の重心を原点として，太陽の周りを運動（自由落下）する地球に固定された局所慣性座標系として定義される．それぞれの座標時である TCB と TCG の関係は以下のように与えられる．

$$TCB - TCG = \frac{1}{c^2}\left[\int_{t_0}^{t}\left(\frac{v_e^2}{2} + U_{ext}(\vec{x}_e)\right)dt + \vec{v}_e \cdot (\vec{x} - \vec{x}_e)\right] \quad (1)$$

天体歴の計算に使用されてきた力学座標時 TDT は，基準等ポテンシャル面（ジオイド）上の固有時と同じ歩度を持ち TCG と線形関係にある地球時 TT として整理された[1,2,3].

$$TCG - TT = L_G \times (JD - 2443144.5) \quad (2)$$

太陽系天体の力学運動を記述するために使用される，BCRS の座標時は TDB と呼ばれ，TT と平均的に同じ歩度となるように TCB をスケーリングして定義され[2]，惑星歴などの時間引数として使用されている．

$$TDB = TCB - L_B \times (JD_{TDB} - 2443144.5) + TDB_0 \quad (3)$$

どのようにしてこれらスケーリング定数が決められるのか，以下簡単に説明する．地球のジオイド上の理想的な時計の刻む時刻（固有時）$\tau$と BCRS の座標時 $t_{TCB}$，及びその空間座標$x^i_{TCB}$の微小量の間の関係は、一般相対性理論に基づいて座標変換に対して不変量となるる微小イベント間距離 ds を用いて以下のようにあらわされる．

$$ds^2 = -c^2 d\tau^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu \quad (4)$$

$$= -c^2\left(1 - \frac{2U}{c^2}\right)dt_{TCB}^2 + \left(1 + \frac{2U}{c^2}\right)dx^i_{TCB}dx^i_{TCB} \quad (5)$$

$$= \frac{1}{(1-L)^2}\left[-c^2\left(1 - \frac{2U}{c^2}\right)dt'^2 + \left(1 + \frac{2U}{c^2}\right)dx'^i dx'^i\right]$$

$$\approx \frac{-c^2}{(1-L)^2}\left(1 - \frac{2U}{c^2} - \frac{v^2}{c^2}\right)dt'^2 \quad (6)$$

ここで$U = \sum_i \frac{GM_i}{r_i}$は時計の位置で評価した地球を含む重力ポテンシャルの和であり，$v$は太陽系重心に対する時計の速度である．

式(5)において，記号⟨ ⟩を長期平均を表すものとして，$\langle 1 - \frac{2U}{c^2} - \frac{v^2}{c^2}\rangle / (1 - L_B) = 1$となるように$L_B$を決めるとジオイド上の固有時$\tau$と平均的に一致する座標時$t' = (1 - L_B)t_{TCB}$が得られ，これが TDB である[4].

次に，TCB と TCG の関係を考える．地球の重心を原点とする GCRS は，重力にひかれて自由落下する局所慣性座標系であり，局所ミンコフスキー時空と考えられるから，式(4)右辺は次のように書ける．

$$ds^2 = -c^2 dt_{TCG}^2 + dx^i_{TCG}dx^i_{TCG} \quad (7)$$

式(5)と，重力ポテンシャルや速度を地球重心で評価した式(7)を等置し，地球を取り去った重心の位置に静止した($dx^i_{TCG} = 0$)仮想的な時計を考えると，TCG と TCB の関係式が得られる．この場合，スケーング定数 L は現れない．この違いが次節で議論するスケーリングにより座標系ごとに物理定数が複数定義されると指摘される問題の源流である．地球上で使用される時系：国際原子時（TAI）は地球時（TT）の実現値とされ，TT は基準ポテンシャル面（ジオイド上）に置かれた理想的な時計の固有時と同じ歩度を持つように決めた定数$L_G$でTCG をスケーリングした GCRS の座標時として定義される．光速度 c を定数として空間の長さが定義されているため，時間がスケーリングされると長さもスケーリングされる．

$$\begin{cases} dt_{TT} = (1 - L_G)dt_{TCG} \\ dx^i_{TT} = (1 - L_G)dx^i_{TCG} \end{cases} \quad (8)$$

図 1 に重力ポテンシャルと時間の歩度を対応させて，TCB,TDB,TCG,TT の関係を模式的に示している．

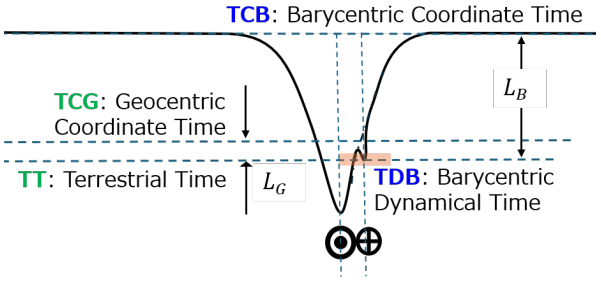



図 1　TCB, TDB, TCG, TT それぞれの時間スケールの違いと重力ポテンシャルの対応の模式的表現

## 3.　月の時系の候補

BIPM は候補となる月の標準時系については，当初以下の 3 つを提案・検討していた．

Opt. 1.　IAU が 2024 年の総会決議において定義した月天球基準座標系(LCRS)の座標時 TCL を使用する案．TCL は GCRS の TCG と同様の手続きで導出される．

Opt. 2.　月面上の基準ポテンシャル面状に置いた理想的な時計の固有時と同じ歩度となるように TCL をスケーリングした座標時 TL を使用する案．

Opt. 3.　地球の TT（UTC）と平均的に同じ歩度になるように TCL をスケーリングした時系を使用する案．

このうち，Opt.3 については，平均的に$6.4 \times 10^{-10}$のオフセットがあり，同じスキームで将来の火星へ拡張すると，この値は$6 \times 10^{-9}$程度となり，外惑星になるとさらに大きくなる．Opt.2 で議論されるスケーリングの問題があり，月より大きなスケール差となることから，この案は早い段階で棄却された．

残った Opt.1 と Opt.2 の 2 つの選択肢のどちらにするか，国際的な合意にはまだ至っていない．

Opt.2 の TL の歩度は，月面上に置いた理想的な時計の出力とほぼ同じ歩度であるから（月面の凹凸で生じる差は$3 \times 10^{-13}$s/s 以下），地球上で作製した一次周波数標準器を周波数調整なく月面上で周波数源として使用できるというメリットがある．一方 TL は地球の TT と同様に式(8)のような時間と空間のスケーリングが導入される（このスケーリング定数は，月面上の標準ポテンシャルにより定まる）．このような時空のスケーリングは質量パラメータ GM のような物理定数のスケーリングを生じる．速度は長さ（L）と時間（T）の比の次元を持つため（$v \to [L/T]$），時空のスケーリングの影響を受けないが，重力パラメータの次元は GM→$L^3/T^2M$であるから空間の長さと同じようにスケーリングされる．このように，単位の次元が分子と分母の時間・空間の次元次数が同じでない場合，その物理定数スケーリングの影響を受け，例えばプランク定数（次元は$[ML^2/T]$なども$(1-L)$倍にスケーリングされる．つまり，スケーリングされない時系（TCB,TCG）の物理定数に対して，スケーリングされた時系（座標系）では値の異なる物理定数が定義される．これを火星など他の惑星に拡張した場合，そのたびに異なる物理定数が定義されることになる．これが Opt.2 の欠点である．

Opt.1 の TCL は式(7)の TCG と同様に自由落下するミンコフスキー時空の座標時とあらわされるので時間と空間のスケーリングがなく，上に述べた物理定数の定義が増えることはない．しかし，TCL の場合は月そのものの重力を無視し，その原点の位置に置いた仮想的な時計が刻む時系であるため，月面上ではその場所の重力ポテンシャルの分だけ歩度が異なるため，月面に置いた時計を$3 \times 10^{-11}$程度の周波数調整することにより TCL が生成される．

以上に述べた 2 つの選択肢の利点と欠点をまとめると表 1 のようになる．

表 1 Opt1(TCL)と Opt.2（TL）の利点と欠点

| Opt.1　（TCL） | |
|---|---|
| 利点 | 欠点 |
| 時空と物理定数のスケーリングが生じない.⇒スケーリングされた物理パラメータ（GMやプランク定数など）の派生が生じない. | 理想的な時計を月面上に置いたとき，TCL を作るために時計の歩度（周波数）を$3 \times 10^{-11}$だけ早める周波数変更が必要. |
| Opt.2　(TL) | |
| 利点 | 欠点 |
| 地球上で動く理想的な時計をそのまま月面（基準ポテンシャル面）上で使用すると，TL に近い時系が実現される. | 時空のスケーリングが伴う．その結果，LCRS 上で定義された物理パラメータのうち単位の次元が，L と T の同数比でないもの（GM やプランク定数等）は，新たにスケーリングされた物理定数が派生する. |

表２ 惑星・衛星の表面における重力ポテンシャルの大きさ$U/c^2$の比較

| 月 | 地球 | 火星 | 木星 |
|---|---|---|---|
| $3 \times 10^{-11}$ | $7 \times 10^{-10}$ | $1 \times 10^{-10}$ | $2 \times 10^{-8}$ |

## 4.　議論

Opt.1 と Opt.2 のどちらが望ましいか考えてみる．まず Opt.2（TL）は地球上で TT を使うのによく似た感覚で使用することができる．SI 単位系の 1 秒は，ローカルな固有時で定義される[5]ので，TL は SI 単位系の定義とも親和性が良い．しかし，Opt.2 の場合式(8)に似た形で TCL をスケーリングして定義されるため，スケーリングされた物理定数（GM やプランク定数など）が新たに定義されることになり，定数の混同や混乱の元となるとされる．実際，日心重力定数$GM_{sun}$は 12 桁精度まで求められているため（表 2），スケーリングにより 10 桁以後（地球，火星の場合）や 11 桁目以後（月の場合）の値が異なる$GM^*_{sun}$が複数定義されると，基礎物理の理論の観点からは混乱の元として望ましくないように思われる．

一方，実用的な計算の観点からは，太陽系最大の惑星の木星の場合でも GM は 7 桁，プランク定数は 9 桁の精度であり，10 桁目以上の変更は今のところ影響しない．月の次に目標とされている火星の標準時系が TT や TL と同様な手法で定義された場合，10 桁目が変更された物理定数が新定義されることになるが，新たに定義される定数が混乱を招くのかどうか，については検討の余地がある．

GCRS や LCRS は地球や月が重力場にひかれて自由落下する局所慣性座標系として狭い時空かで近似的に定義されており，元来局所的な座標系であるから，その座標系で新たに定義された$GM^*_{sun}$は，太陽系の広い範囲での天体力学計算に使用すべきものでない．

このように考えると，Opt.2 の欠点とされている「時空のスケーリングにより物理パラメータが複数定義

され混乱の元となる」という点はそれほど重要視しなくてもよいのではないかとも思われる.

## 5. まとめ

月の標準時系を考えるために, その論理的出発点となっている地球と太陽系の基準座標系と座標時を概観し, 月の標準時系として, BIPM から提案されている 3 つの選択肢について, 利点と欠点を紹介した. 最終的に TCL か TL か 2 つの選択肢が検討されているが, 今のところ国際的なコンセンサスには至っておらず, 計量標準機関と宇宙機関, IAU, IAG などの国際学術組織の間で議論が継続されている.

TCL は理論の枠組みからすると, 複雑さが少ない. 一方 TL は地球の TT に似て, 現場での使いやすさに優れており, SI 単位系の 1 秒が固有時で定義されることと親和性が良い. Opt.2 ではスケーリングにより複数の物理パラメータ (定数) の異なる定義が派生するという問題についても, 実用的な精度の観点からすると重要かどうか検討の余地があると思われる.

月の座標系と付随する時系は, その制定方法が次の火星へも適用されると考えられるため, 熟慮して選択することが重要である.

## 参考文献


1) IAU1991 Resolution No. A4, “Recommendations from the Working Group on Reference Systems”, https://drive.google.com/file/d/1w8gdwr6ri9sVIs2SMYs54-dbUzEGdPm8/view
2) IAU 2006 Resolution B3, “Re-definition of Barycentric Dynamical Time, TDB” https://drive.google.com/file/d/16Jf6YgA7Nlf3ZSnKbWOhXcmU7M7TA6HH/view
3) P. K. Seidelmann and T. Fukushima, “Why new time scales?”, A&A, Vol. 265, pp.833-838, 1992.
4) Theodore D. Moyer, “Formulation for Observed and Computed Values of Deep Space Network Data Types for Navigation” JPL Monograph 2, Deep Space Communications and Navigation Series. 2000 DOI: 10.1002%2F0471728470.fmatter
5) BIPM, The International System of Units (SI Brochure) [9th edition, 2019] Appendix-2, https://www.bipm.org/documents/20126/41489667/SI-App2-second.pdf/3c76fec8-04d9-f484-5c3c-a2e280a0f248